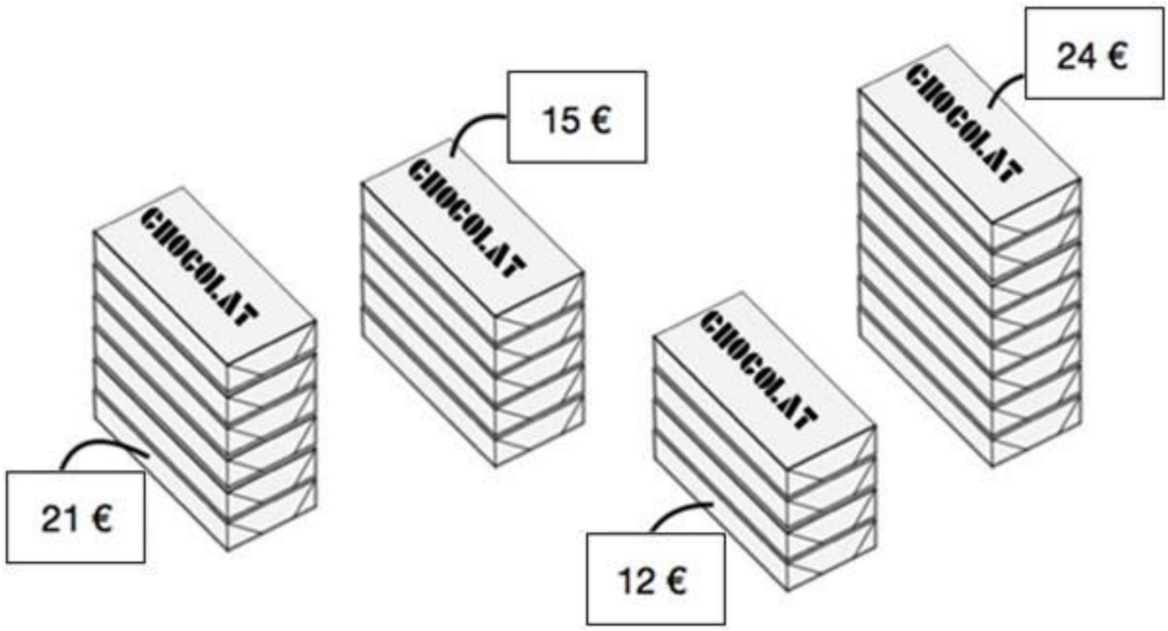
RMT 29, épreuve d'entraînement en Franche-Comté, novembre-décembre 2021	Catégories					
Problèmes (titres et épreuves)	3	4	5	6	7	8
1- Les tablettes de chocolat (27e RMT I, 03)	x	x				
2- Questions et réponses (18e RMT I, 03)	x	x				
3- La compétition de natation (18e RMT II, 04)	x	x				
4- La boucle (21e RMT Finale, 01)	x	x				
5- Vacances d'hiver (21e RMT I, 05)	x	x	x			
6- En plein dans la cible (22e RMT II, 06)		x	x			
7- Mini golf (25e RMT I, 08)			x	x		
8- Le Puzzle (II) (17e RMT II, 08)			x	x		
9- La boucle (II) (21e RMT Finale, 08)			x	x	x	
10- La maquette (19e RMT II, 11)			x	x	x	x
11- Boîtes de craies (26e RMT II, 08)			x	x	x	x
12- Les abricots (21e RMT II, 11)				x	x	x
13- Découpage de triangles (19e RMT II, 13)				x	x	x
14- Cadeau d'anniversaire (19e RMT Finale, 15)					x	x
15- Carrelage (II) (18e RMT II, 15)					x	x
16- La bouteille d'huile (21e RMT II, 16)						x

1. LES TABLETTES DE CHOCOLAT (Cat. 3, 4)

Dans un magasin, toutes les tablettes de chocolat sont vendues au même prix.

Le responsable du magasin a préparé différents lots de tablettes.

Il a écrit le prix de chaque lot.



Sophie et Joseph observent ces quatre lots.

Sophie dit : « *Les prix de deux des lots sont faux* ».

Joseph répond : « *Non, il n'y en a qu'un de faux !* ».

Un des deux enfants a raison.

Indiquez le prix qui est faux ou les deux prix qui sont faux.

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Dans une situation de proportionnalité quantité/prix où tous les nombres sont des entiers au plus égaux à 25, déterminer le prix erroné.

Analyse de la tâche

- Observer le dessin et constater qu'il y a quatre lots de tablettes dont le prix (première grandeur) est indiqué (12, 15, 21 et 24) et qu'on peut obtenir les quatre valeurs d'une deuxième grandeur : le nombre de tablettes dans chaque lot (4, 5, 6 et 8) en les comptant.
- Mettre en correspondance les prix des lots et les nombres de tablettes (écriture côte à côte, ou l'un en dessous de l'autre ou autre).

Pour déterminer le ou les couples à écarter :

- Observer les relations entre une valeur de l'une des grandeurs et la valeur correspondante de l'autre grandeur et retenir celle qui est valable pour trois des quatre couples : la multiplication par 3 (suggérée par le fait que 12, 15, 21 et 24 sont des multiples de 3 ou dans la table du 3). La vérification permet d'exclure le couple 6 et 21 car $6 \times 3 \neq 21$. Le 3 peut éventuellement être explicité comme le « prix d'une tablette ».

Ou

- Observer les régularités additives au sein des quatre valeurs ordonnées d'une même grandeur

de 1 en 1 dans les nombres de tablettes :	**4**	**5**	**6**	*7*	**8**
de 3 en 3 dans les prix :	**12**	**15**	*18*	**21**	**24**

pour constater que 6 et 21 ne sont pas en correspondance.

Ou

– Choisir un lot, déterminer le prix d'une tablette (3 € + 3 € + 3 € + 3 € = 12 € ou 4 x 3 € = 12 € ou 12 € : 4 = 3 €), vérifier si le prix déterminé est compatible avec les prix des autres lots et conclure qu'il n'y a qu'un lot pour lequel le prix est erroné, celui à 21 € qui devrait coûter 18 €.

Attribution des points

4 Réponse correcte (21 € est le prix erroné) avec une explication claire (le prix explicite de 3 € par tablette vérifié pour chaque lot, ou la mise en évidence de la multiplication ou de la division par 3 entre valeurs correspondantes, ou irrégularités découvertes dans la progression additive)

3 Réponse correcte avec une explication peu claire ou incomplète (par exemple détermination du prix d'une tablette, mais absence de la vérification du prix des lots)

2 Réponse correcte sans explication

ou, en plus de 21 €, un des trois autres prix est considéré erroné suite à une erreur de calcul, avec explication claire et complète

1 Début de recherche correct (par exemple constat que les prix des lots de 4 tablettes à 12 € et de 8 tablettes à 24 € sont corrects ou seulement la recherche du prix d'une tablette dans un lot ou le constat que la croissance des prix ne correspond pas à la croissance du nombre de tablettes)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Groupe Calcul et proportionnalité

2. QUESTIONS ET RÉPONSES (Cat. 3, 4)

Nicolas a reçu un nouveau jeu.

Dans ce jeu, le joueur doit répondre à des questions et déplacer son pion sur une piste numérotée de 0 à 50.

Au début d'une partie, le pion est placé sur la case 25.

Chaque fois que le joueur donne une bonne réponse, il avance son pion de trois cases.

Chaque fois qu'il donne une mauvaise réponse, il recule son pion de deux cases.

À la fin de la partie, le pion de Nicolas se trouve sur la case 40.

Au cours de la partie Nicolas a donné sept bonnes réponses, toutes les autres étaient mauvaises.

Combien Nicolas a-t-il donné de mauvaises réponses au cours de la partie ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Arithmétique : suite des nombres naturels, les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles de déplacement : faire éventuellement quelques essais.
- Déterminer que, s'il n'avait jamais répondu faux, Nicolas aurait avancé, pour ses 7 réponses justes, de 21 cases (3 x 7) et qu'il aurait atteint la case 46 (21 + 25) comprendre qu'il y a 6 cases de trop (46 – 40) qui devront être compensées par 3 réponses fausses: (6 : 2 ou 6 - 2 - 2 - 2).

Ou : calculer que Nicolas a avancé de 15 cases en tout (de la case 25 à la case 40 ou 40 - 25), et qu'il pourrait y arriver avec 5 réponses justes; il faut alors se rendre compte qu'il a deux autres réponses justes, ce qui lui donnerait 6 cases d'avance. Pour finir sur le 40, il devrait donc répondre faux trois fois, ce qui le ferait reculer de 6 cases.

Ou : procéder pas à pas avec des suites de 7 additions et de quelques soustractions pour parvenir à 40, avec ajustements nécessaires (par exemple 25 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 + 3 = 42, 42 - 2 = 40) et dénombrement des soustractions.

Ou : dessiner la piste et effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 40 en 3 déplacements de 2 en 2.

Attribution des points

4 Réponse correcte (3 mauvaises réponses) avec explication claire (opérations ou repères sur la suite des nombres ou solution graphique…)

3 Réponse correcte, sans explications ou avec explications partielles ou peu compréhensibles

2 Réponse obtenue à partir d'un raisonnement correct comportant une erreur de calcul ou un oubli

1 Début de recherche cohérent

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : *Le nez de Pinocchio.* 7e RMT II.4

3. LA COMPÉTITION DE NATATION (Cat. 3, 4)

Bea, Tatiana, Sylvia, Laetitia et Déborah ont participé à une compétition de natation.

- Sylvia et Bea n'ont pas gagné.
- Tatiana est arrivée parmi les deux dernières.
- Bea est arrivée juste avant Déborah.
- Sylvia est arrivée parmi les deux premières.

Qui a gagné ?

Indiquez l'ordre d'arrivée de chacune des filles dans la compétition de natation.

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine conceptuel

- Logique : gestion d'une relation d'ordre et de conditions de sériation ; interprétation de propositions; formulation d'hypothèses et contrôle de leur cohérence avec les indications de l'énoncé.

Analyse de la tâche

- Tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde.
- Déduire de la troisième condition que Bea et Déborah se succèdent et peuvent donc se trouver en troisième et quatrième position, ou bien en quatrième et cinquième position.
- Puisque d'après la seconde indication, Tatiana est arrivée quatrième ou cinquième, on en déduit que Bea et Déborah sont, respectivement, troisième et quatrième, alors que Tatiana est cinquième.
- Conclure que Laetitia a gagné la compétition.
- Écrire la liste complète des amies, de la première à la dernière : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana.

Ou bien : procéder par essais pour ordonner les positions, en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Ou tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde et pour le reste procéder par essais en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Attribution des points

4 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana) avec des justifications tenant compte de toutes les indications de l'énoncé

3 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées) avec une justification peu claire

2 Réponse correcte (Laetitia a gagné), mais avec une inversion dans l'ordre d'arrivée, ou ordre correct sans explication ou avec seulement une vérification

1 Début de raisonnement correct.

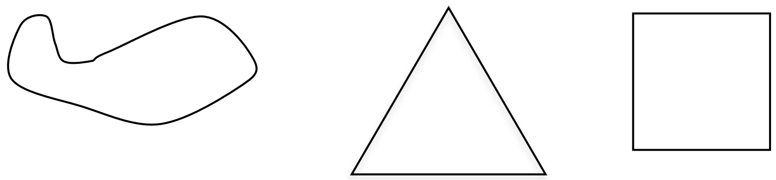
0 Autre réponse ou incompréhension du problème.

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

4. LA BOUCLE (I) (Cat. 3, 4)

Thomas a trouvé une boucle de ficelle avec laquelle il s'amuse à former des figures :



Il forme tout d'abord un triangle dont les trois côtés mesurent chacun 16 cm.

Puis il forme un carré.

Combien mesure un côté de son carré ?

Enfin, il forme un rectangle dont la longueur est le double de la largeur.

Combien mesurent les côtés de son rectangle ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations dans N (multiplication, division), partage d'une longueur en quatre parties proportionnelles à quatre nombres.
- Géométrie : carré, triangle, rectangle et les mesures de leur périmètre

Analyse de la tâche

- Comprendre que toutes les figures ont le même périmètre, correspondant à la longueur de la boucle, donnée par le triple du côté du triangle : 48 = 3 × 16 (en cm)
- Calculer ensuite la mesure du côté du carré : 48 : 4 = 12 (cm)
- Décomposer finalement 48 cm en 4 longueurs égales deux à deux, les unes étant le double des autres ou décomposer 24 cm en deux longueurs dont l'une est double de l'autre, ce qui peut être fait :
  - par essais au hasard ou ajustés ;
  - en considérant que la plus petite longueur est contenu 3 fois dans 24 cm, ou 6 fois dans 48 d'où les réponses 8 cm et 16 cm (en s'aidant éventuellement d'un schéma).

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (côté du carré : 12 cm, côtés du rectangle : 8 cm et 16 cm) avec explications détaillées

3 Réponse correcte et complète avec des explications incomplètes

2 Réponse correcte et complète, sans explications
ou seulement la mesure du côté du carré (12 cm), avec explications

1 Début de recherche montrant une compréhension du problème
ou seulement la mesure du côté du carré (12 cm), sans explications
ou démarche correcte avec erreur de calcul

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine: rc

5. VACANCES D'HIVER (Cat. 3, 4, 5)

Pour ses vacances d'hiver, Michel veut acheter une tenue composée d'une veste, d'un pantalon et d'un bonnet.

Le pantalon, la veste et le bonnet sont disponibles chacun en 3 couleurs : rouge, jaune et bleu.

Michel ne veut pas de pantalon rouge. Il veut aussi que la couleur du pantalon soit différente de celle de la veste et de celle du bonnet.

Combien de tenues différentes Michel peut-il composer ?

Pour chaque tenue que vous avez trouvée, indiquez la couleur de la veste, du pantalon et du bonnet.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Combinatoire (structure multiplicative)

Analyse de la tâche

- Comprendre les informations sur les catégories de vêtements et les contraintes sur leurs couleurs et en déduire que le pantalon peut être jaune ou bleu et utiliser le fait que la veste et le bonnet ont une couleur différente de celle du pantalon.
- Interpréter correctement la deuxième contrainte et admettre que la veste et le bonnet peuvent avoir ou non la même couleur.
- Organiser les solutions possibles en partant d'une hypothèse sur la couleur du pantalon, ou sur celle de la veste ou encore celle du bonnet et s'aider éventuellement d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'une liste ordonnée. (Il s'agit ici d'une structure liée à la multiplication $2 \times 2 \times 2$, qui permet d'obtenir les 8 tenues « différentes » du point de vue des couleurs)

Pantalon B	Bonnet R	Veste R	Pantalon J	Bonnet R	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B
"	Bonnet J	Veste R	"	Bonnet B	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B

Ou : former les tenues (pantalon, veste, bonnet) de manière non organisée (en recourant éventuellement à des dessins ou des découpages) et éliminer ceux qui ne respectent pas les conditions (avec risques d'oublis ou de solutions non conformes).

Ou : écrire l'ensemble des triplets (pantalon, veste, bonnet) des trois couleurs ($27 = 3 \times 3 \times 3$) et éliminer ceux qui ne correspondent pas aux conditions (avec risques de solutions non conformes).

Attribution des points

4 Réponse correcte (les 8 possibilités) avec explication claire et / ou tableaux, schémas, dessins exhaustifs de toutes les possibilités

3 Réponse correcte (les 8 possibilités) avec explications incomplètes
ou 6 ou 7 possibilités correctes, sans autres possibilités inexactes ou répétées

2 Réponse correcte (les 8 possibilités) sans aucune explication
ou 5 possibilités correctes, sans autres possibilités inexactes ou répétées
ou 6, 7 ou 8 possibilités correctes, avec d'autres inexactes ou répétées
ou les 4 possibilités sans les vestes et bonnets de mêmes couleurs BRJ, BJR, JRB, JBR

1 Autre réponse comportant au moins une possibilité correcte

0 Incompréhension du problème

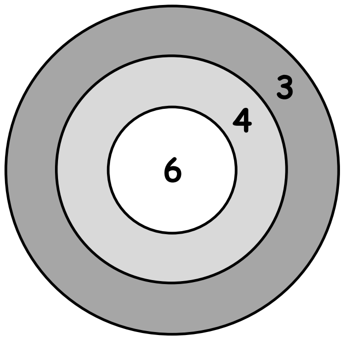
Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Siena

6. EN PLEIN DANS LA CIBLE (Cat. 4, 5)

Marc a placé cette cible sur la porte de sa chambre.

Aujourd'hui, il lance une à une toutes ses fléchettes et atteint à chaque fois la cible (chaque fléchette dans la zone 3 vaut 3 points, dans la zone 4 vaut 4 point, dans la zone 6 vaut 6 points.



À la fin, la situation se présente ainsi :

le nombre des fléchettes arrivées dans la zone qui vaut 4 points est égal au nombre des fléchettes arrivées dans la zone qui vaut 3 points,

Dans la zone qui vaut 6 points il y a 13 fléchettes.

Le total des points obtenus est un nombre compris entre 107 et 118.

Combien y a-t-il de fléchettes dans la cible ?

Combien de points Marc a-t-il obtenus exactement ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Trouver un nombre situé entre 107 et 118 qui est la somme de 13 termes « 6 » et d'autant de termes « 3 » que de termes « 4 » (c'est-à-dire d'un multiple de 7) dans un contexte de cible avec des zones à 3, 4 et 6 points.

Analyse de la tâche

- Comprendre que l'impact de la flèche sur la cible (zone dans laquelle la flèche est arrivée) donne le nombre qu'il faudra utiliser pour obtenir le résultat.
- Tenir compte du fait que Marc atteint toujours la cible et que chaque flèche comptera pour le résultat final.
- Selon la 2e condition, le résultat obtenu avec les flèches lancées au centre est 78 (6 × 13) et comprendre que les autres points sont obtenus par un nombre égal de 3 et de 4 (même nombre de flèches).
- Procéder par essais, par exemple, l'hypothèse de 3 flèches dans chacune des zones 3 et 4, ce qui donne 99 points (78 + 3 × 3 +3 × 4), trop peu. Essayer avec 4 flèches, ce qui donne 106 points (78 + 4 × 3 + 4 × 4), puis avec 5 flèches, ce qui donne 113 points (78 + 5 × 3 + 5 × 4), et voir que c'est la seule solution car avec 6 flèches par zone on obtiendrait 120 points (78 + 6 × 3 + 6 × 4), qui est un trop grand nombre. Marc a donc lancé 23 flèches (13 + 5 + 5).

Ou : se rendre compte qu'on cherche les multiples de 7 qui, additionnés à 78 donnent une somme comprise entre 107 et 118. Trouver que le multiple est le 5e (le 2e, le 3e et le 4e sont trop petits et le 6e et les suivants sont trop grand)
Conclure que 78 + 5 × 7 = 113 et que 13 + 5 × 2 = 2, le nombre de flèches.

Attribution des points

4 Réponse correcte aux deux questions (23 fléchettes, 113 points) avec explications claires de la procédure qui permet de se rendre compte de l'unicité de la solution

3 Réponse correcte aux deux questions (23 fléchettes, 113 points) sans explications

2 Réponse correcte « 113 points » avec explications claires de la procédure, mais sans répondre à la première question

ou réponse « 18 fléchettes (en oubliant de doubler les 5 fléchettes) et 113 points »

ou procédure correcte (prise en compte des deux contraintes : somme comprise entre 107 et 118 et même nombre de fléchettes dans les zones 3 et 4) mais avec une erreur de calcul

1 Début de raisonnement qui témoigne d'une compréhension de la situation

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

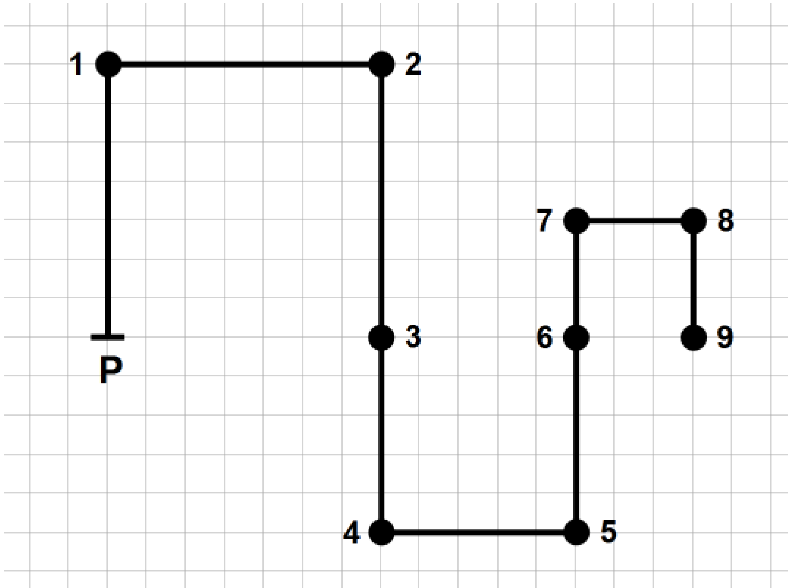
Origine : Siena

7. LE MINIGOLF (Cat. 5, 6)

Diego a représenté sur une feuille quadrillée un parcours de migolf avec 9 trous numérotés de 1 à 9.

La distance en ligne droite entre le point de départ P et le trou 9 est de 120 m.

Voici la représentation du parcours.



Quelle est la longueur en mètres de la totalité du parcours ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Trouver la longueur exprimée en mètres d'un parcours représenté sur un quadrillage à maille carrée connaissant la longueur réelle entre deux points du parcours.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le parcours dessiné sur le quadrillage carré correspond à un parcours réel sur le terrain.
- Comprendre que 120 m est une distance réelle sur le terrain.
- Comprendre qu'il est possible de prendre pour unité la longueur du côté d'un carreau pour mesurer la longueur sur le quadrillage.
- Dénombrer les côtés de carreau entre le point de départ et le trou 9 (15).
- Calculer la longueur réelle correspondant à un côté de carreau (120 m : 15 = 8 m).
- Déterminer la longueur du parcours sur le quadrillage (45 unités) et multiplier par 8 pour avoir sa longueur réelle : 360 m.

Ou, comprendre que la longueur de 120 m sur le terrain correspond à 15 côtés de carreau sur le quadrillage

- Découper le parcours sur le quadrillage en tronçons chacun d'une longueur de 15 côtés de carreau et s'apercevoir que la longueur du parcours est exactement trois fois celle-ci.
- Multiplier 120 m par 3 pour trouver la longueur réelle du parcours :360 m.

Ou, déterminer la longueur du parcours sur le quadrillage (45 unités), utiliser que 45 c'est 3 fois 15 pour déterminer la longueur réelle qui elle aussi est égale à 3 fois la longueur correspondant à 15 unités (120 m) : 120 m x 3 = 360 m.

Le dénombrement et les calculs peuvent être simplifiés si on constate que le parcours est fait de trois tronçons et que chaque tronçon est fait de 3 côtés d'un même carré.

Une erreur possible consiste à compter les carreaux et non les côtés de carreau le long de la ligne, ce qui se traduit par un décompte de 1 carreau au lieu de 2 côtés de carreau aux sommets où la ligne change de direction.

Une autre erreur consiste à considérer le parcours dessiné comme étant la réalité et à donner comme réponse la mesure de sa longueur avec la règle.

Attribution des points

4 Réponse correcte (360 m) avec une explication claire et complète (détail des calculs, des comptages éventuels, explication éventuelle de la relation entre la distance donnée et la longueur totale du parcours...) qui permet de comprendre la procédure suivie.

3 Réponse correcte avec explication incomplète ou peu claire (par exemple, calcul et raisonnement permettant de trouver la longueur réelle correspondant à un côté de carreau sont absents)

2 Réponse correcte sans explications

ou réponse erronée consécutive à une erreur de calcul ou de dénombrement des côtés de carreau, mais procédure correcte bien expliquée

ou absence de la correspondance entre unités de mesure sur le quadrillage et sur le terrain

1 Début de raisonnement correct (par exemple identification que 120 mètres correspondent à 15 côtés de carreau …)

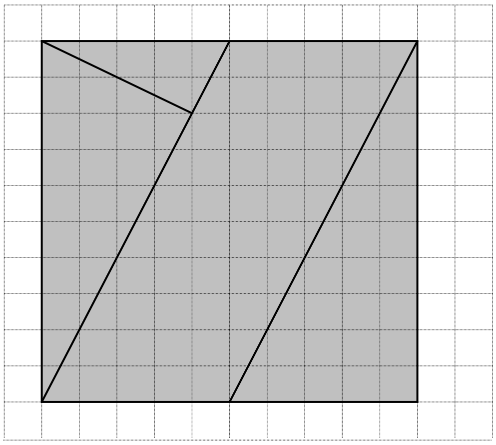
0 Incompréhension du problème ou une des erreurs mentionnées comme possibles dans l'analyse a priori.

Niveaux : 5, 6

Origine : Udine

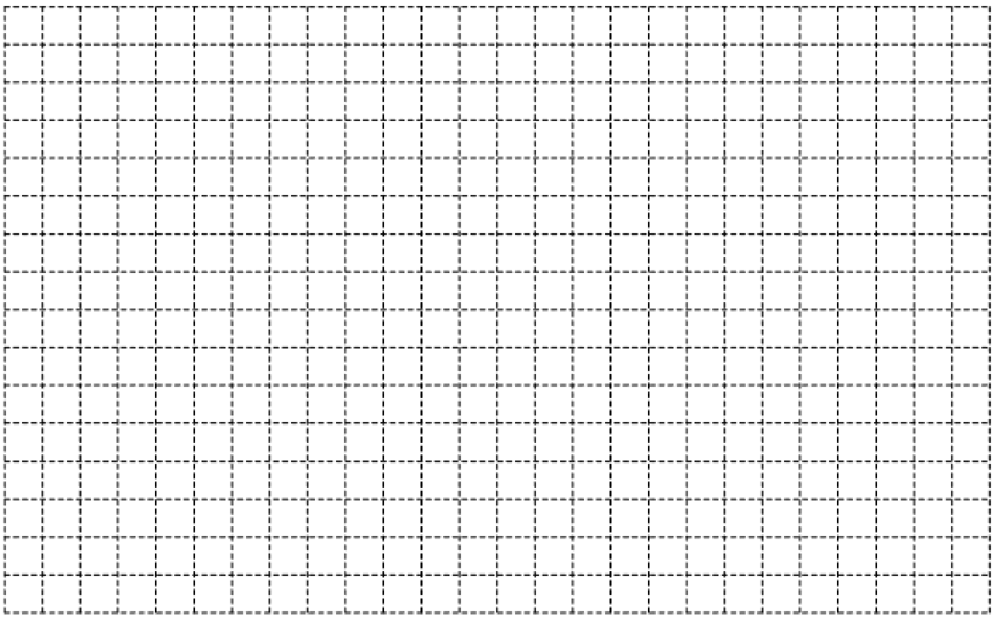
8. PUZZLE II (Cat. 5, 6)

Léo a reproduit sur une feuille de papier quadrillé—le dessin que voici, puis il l'a découpé le long des lignes marquées et a obtenu les quatre pièces d'un puzzle constitué par trois triangles rectangles et un parallélogramme.



En assemblant d'une autre manière ces quatre pièces, Léo réussit à former un rectangle.

Dessinez ce rectangle dans le quadrillage donné ci-dessous, de manière à ce que tous les sommets des quatre pièces soient situés précisément sur les intersections de ses lignes.



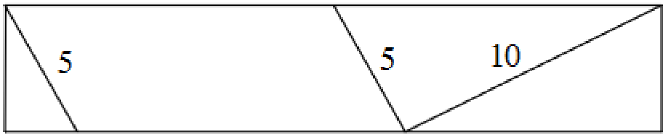
ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

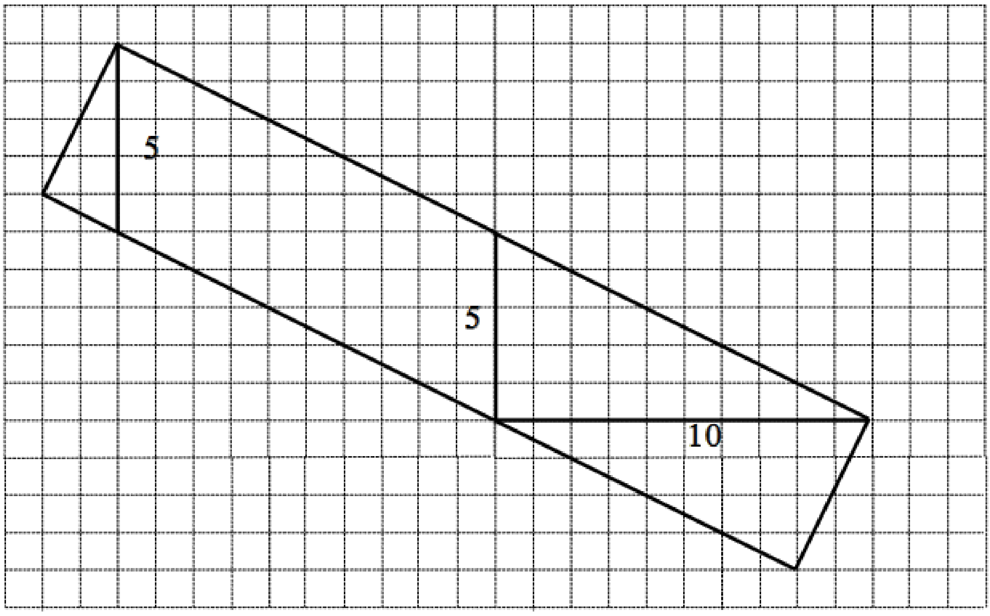
Géométrie : manipulation et observation de figures, images mentales (angle droit, rectangle), localisation dans un quadrillage

Analyse de la tâche

- Observer les pièces, se rendre compte que pour faire le puzzle, il faut les découper soit sur le dessin proposé soit sur une reproduction très précise.
- Procéder par essais en déplaçant les pièces, en les glissant, les tournant sans les retourner, en identifiant en particulier les pièces qui permettent d'obtenir des angles droits et celles qui ont des côtés de mêmes longueurs pouvant s'accoler.
- Constater que l'hypoténuse du petit triangle rectangle a même longueur que le petit côté du parallélogramme. En déduire que ces deux pièces s'assemblent bien pour former une partie d'un rectangle.
- Compléter le rectangle avec les deux triangles rectangles assemblés par leurs côtés de même mesure (le côté du carré de départ).
- Vérifier que la figure obtenue est un rectangle : par perception globale et reconnaissance de propriétés (quadrilatère avec deux angles droits consécutifs et deux côtés opposés de même mesure).



- Reproduire le dessin dans le quadrillage donné (on peut utiliser les reports de longueurs entières de mailles repérées sur le carré donné) :



Attribution des points

4 Reproduction du rectangle bien disposé dans le quadrillage avec les bonnes dimensions, accompagné d'explications montrant que les pièces du puzzle forment bien un rectangle

3 Collage ou dessin précis des pièces, mais disposées sans que les sommets soient sur des intersections du quadrillage

2 Rectangle reconstitué avec 3 pièces (les 3 triangles rectangles)

1 Dessin reconstitué de façon incomplète, par exemple 2 pièces agencées de façon à avoir deux angles droits consécutifs

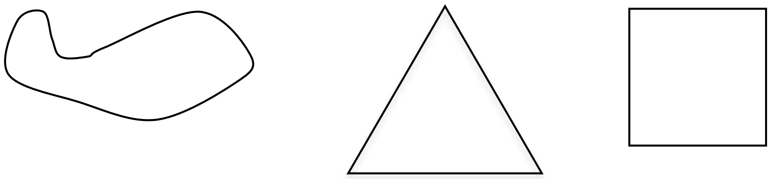
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6

Origine : Bourg-en-Bresse

9. LA BOUCLE (II) (Cat. 5, 6, 7)

Thomas a trouvé une boucle de ficelle avec laquelle il s'amuse à former des figures :



Il forme tout d'abord un triangle équilatéral, puis il forme un carré.

Lorsqu'il mesure les côtés de ces deux figures, il constate que chaque côté du triangle équilatéral mesure 4 cm de plus que chaque côté du carré.

Puis, toujours avec la même boucle, il forme un rectangle dont la longueur est le double de la largeur.

Combien mesurent les côtés de son rectangle ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

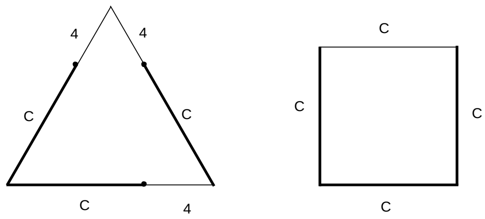
Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication et division dans N, répartition de 48 en quatre parties proportionnelles à quatre nombres donnés
- Géométrie : carré, triangle équilatéral, rectangle et les mesures de leur périmètre
- Algèbre : approche du concept d'équation (trouver un nombre dont le quadruple est égal au triple du nombre augmenté de 4)

Analyse de la tâche

- Comprendre que toutes les figures ont le même périmètre : la longueur de la boucle, (ce qui permettra d'établir les égalités).
- En choisissant comme mesure commune ou « unité » le côté du carré, l'égalité des périmètres du triangle et du carré se traduit par l'égalité entre trois « unités » augmentées chacune de 4 d'une part et de quatre « unités » d'autre part. Il faut alors se rendre compte de l'équivalence entre les trois « augmentations de 4 » et l'une des quatre « unités » et en déduire que le côté du carré mesure 3 × 4 = 12, en cm.
- (Ce raisonnement traduit la résolution algébrique de l'adulte $3(x + 4) = 4x$ ou les équations équivalentes $3x + 12 = 4x$; $x = 12$; ou encore le système $3c = 4x$ et $c = x + 4$, …)

Ou : s'appuyer sur un schéma traduisant les relations entre le côté du triangle et celui du carré :



- De l'observation du schéma, déduire que le côté du carré mesure 4 + 4 + 4 = 12, en cm

Ou : organiser une recherche par essais: choisir une longueur de côté pour le carré (ou pour le triangle), en déduire la longueur de la ficelle, puis celle du côté de l'autre figure et vérifier si l'écart est bien de 4 cm ou en déduire la longueur du côté de l'autre figure et vérifier si on obtient la même longueur de ficelle pour les deux figures.

- Conclure, d'une manière ou d'une autre, que le côté du carré mesure 12 cm et le côté du triangle 16 cm et que la longueur de la ficelle est de 48 cm.

La deuxième partie du problème dépend du périmètre trouvé précédemment (48 ou un autre nombre en cas d'erreur)

- Décomposer 48 cm en 4 mesures égales deux à deux, les unes étant le double des autres (ou proportionnellement à 1, 1, 2 et 2) ou décomposer 24 cm en deux mesures dont l'une est double de l'autre (proportionnellement à 1 et 2), ce qui peut être fait :
  par essais au hasard ou ajustés ;

ou en considérant que le plus petit nombre est contenu 3 fois dans 24, d'où les réponses 8 cm et 16 cm.

Attribution des points

4 Réponses correctes (8 cm et 16 cm) avec explications détaillées : calcul des côtés du carré et du triangle, de leur périmètre et partage proportionnel)

3 Réponses correctes avec des explications incomplètes ou seulement une vérification

2 Réponses correctes sans explications

ou une erreur de calcul pour les mesures des côtés du triangle, du carré ou du périmètre, suivi d'un partage correct pour le rectangle

1 Début de recherche correct

ou par exemple, seulement la mesure du côté du carré (12 cm), sans explications

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : rc

10. LA MAQUETTE (Cat. 5, 6, 7, 8)

Dans la classe de Fabio, les élèves ont fait une maquette d'un petit village. Les maisons étaient construites avec des cubes de bois, tous les mêmes, qui ont été collés sur une base divisée en carrés. Pour obtenir des maisons à plusieurs étages, ils ont collé des cubes les uns sur les autres.

La maquette est maintenant sur le bureau. La figure A montre le dessin de la maquette vue du dessus. La figure B, au contraire, montre le dessin de la maquette comme la voit Fabio qui est assis sur son banc.

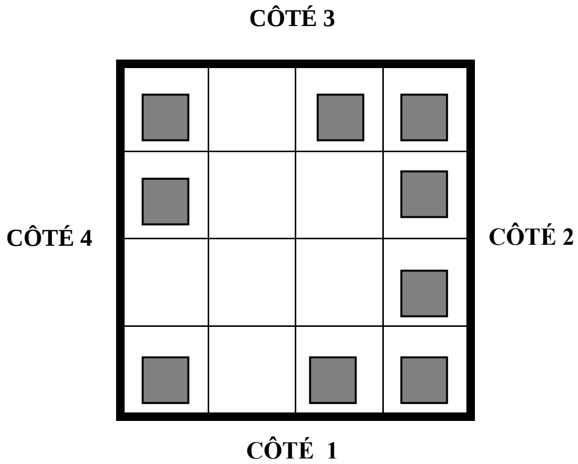


Fig. A. la maquette vue du dessus

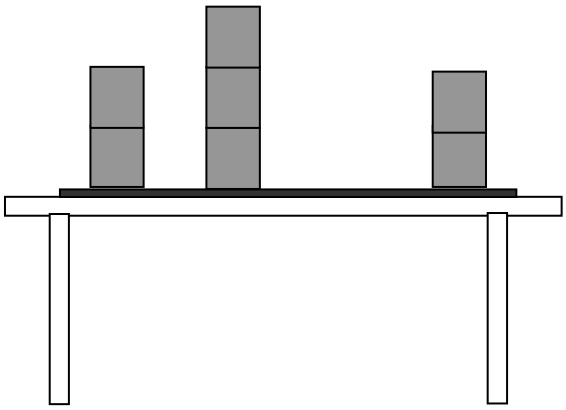


Fig B. la maquette vue par Fabio

Quel côté de la maquette est en face de Fabio ?

Quel est le nombre maximum de cubes qui ont été utilisés pour construire les maisons de la maquette ?

Donnez vos réponses et expliquez le raisonnement que vous avez fait.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

Géométrie : vision dans l'espace, points de vue

Analyse de la tâche

- Pour comprendre quel côté de la maquette est devant de Fabio, il faut considérer la figure A et observer la maquette par la pensée en la regardant par chacun de ses côtés. On doit alors comparer ce que l'on imagine avec ce qui est montré dans la figure B. L'opération est plus facile si on tourne la feuille pour regarder la figure A successivement par chacun de ses côtés.
- En déduire que Fabio ne peut pas voir le CÔTÉ 1 de la maquette, sinon d'après la figure B, la maison isolée devrait être à droite et non à gauche. Il ne peut pas voir la maquette par le CÔTÉ 4 ni par le CÔTÉ 2, sinon il verrait aussi une maison dans l'espace vide de la figure B. Conclure que Fabio ne peut voir la maquette telle qu'elle apparaît dans la figure B que par le CÔTÉ 3.
- Pour estimer le nombre maximum de cubes utilisés dans la construction des maisons, il faut partir de la figure B. - Remarquer qu'à gauche on voit deux cubes, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante sur la figure A, vue du côté 3 (il y a 4 maisons, car toutes les cases sur cette colonne dans la figure A sont occupées).

  - En se déplaçant vers la droite dans la figure B, on peut voir ensuite 3 cubes, donc 3 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 2 maisons, car 2 cases sont occupées dans cette colonne de la fig. A).
  - Enfin on peut encore voir deux cubes à droite, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 3 maisons, car trois cases sont occupées dans cette colonne de la figure A).
- En déduire que le nombre maximum de cubes est alors (2 x 4) + (3 x 2) + (2 x 3) = **20**.

Attribution des points

4 Réponses correctes (CÔTÉ 3, nombre maximum de cubes : 20) avec l'explication du raisonnement

3 Réponses correctes avec explication peu claire
ou indication correcte du nombre maximal de cubes avec l'explication de la procédure

2 Réponses correctes sans explications

1 Seule la détermination du point de vue (CÔTÉ 3) est correcte

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Groupe géométrie dans l'espace

11. BOÎTES DE CRAIES I (Cat. 5, 6, 7, 8)

Dans l'école de Transalpie, il y a moins de 20 classes.

Le directeur de l'école a acheté des boîtes de craies.

Il donne à chaque classe 10 boîtes entières de craies, mais il en reste encore.

Le directeur s'aperçoit qu'il pourrait donner encore la moitié d'une boîte à chaque classe, et qu'ainsi il ne resterait aucune craie.

Combien de boîtes de craies le directeur a-t-il pu acheter pour l'école de Transalpie ?

Donnez toutes les réponses possibles et expliquez pourquoi vous êtes sûrs de les avoir toutes.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Chercher tous les nombres inférieurs à 200 dont le nombre des dizaines est le double de celui qui est donné par le chiffre des unités.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : le directeur a d'abord attribué 10 boîtes à chaque classe. Comprendre que le nombre de boîtes restantes est égal à la moitié du nombre de classes.
- En déduire que le nombre de classes est un nombre pair. Puisqu'il est inférieur à 20, le nombre de boîtes restantes est un entier inférieur à 10.
- Procéder par essais organisés en faisant l'hypothèse d'un certain nombre de classes. Noter que chaque classe aura dans la première distribution 10 boîtes de craies. Le nombre de boîtes achetées est donc égal à 10 fois le nombre de classes plus la moitié de ce nombre. En donnant successivement au nombre de classes les valeurs : 2, 4, ... , 16, 18, obtenir tous les nombres possibles de boîtes que le directeur a achetées. On obtient ainsi les nombres possibles : 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189.

Ou bien, se rendre compte que le nombre de boîtes achetées est égal à 10 fois le nombre de classes plus la moitié de ce nombre. Il est de la forme $n = 10{,}5\ x$. On obtient donc les valeurs possibles pour n : 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189.

Attribution des points

4 Réponse correcte (21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189) qui montre clairement le procédé suivi et met en évidence l'exhaustivité (ou l'impossibilité d'autres solutions).

3 Réponse correcte avec un procédé peu clair ou qui ne souligne pas l'exhaustivité.

Ou seulement 7 ou 8 nombres corrects sans erreurs et avec une procédure claire.

2 Seulement 5 ou 6 nombres corrects sans erreurs et avec une procédure claire.

1 Début de recherche cohérente : moins de 5 nombres corrects (par exemple seulement ceux de la première centaine qui traduit la confusion entre nombre de dizaines et chiffre des dizaines).

0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Siena

12. LES ABRICOTS (Cat. 6, 7, 8)

Un groupe d'enfants a récolté un beau panier d'abricots.

Les enfants décident de se partager ces fruits et remarquent que :

- s'ils en prennent trois chacun, il restera deux abricots dans le panier,

- mais il manque cinq abricots pour qu'ils puissent en prendre quatre chacun.

Combien y a-t-il d'enfants ?

Combien d'abricots ont-ils récoltés ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations et en particulier la division avec reste
- Algèbre : équations du premier degré

Analyse de la tâche

- S'approprier les données des deux distributions présentées dans l'énoncé : celle de 3 par personne avec un reste de 2 ; celle de 4 par personne, qui n'est pas possible car il manque 5 abricots. Établir des relations entre les nombres donnés (multiples de 3 et de 4, additions ou soustraction du reste ou du « manque ») Comprendre que le problème est de trouver un même nombre d'abricots et un même nombre d'enfants qui vérifient les deux distributions.
- Une procédure consiste à évoquer une distribution effective, dans l'ordre chronologique : chaque enfant prend un abricot à tour de rôle, puis un deuxième, puis un troisième ; les 2 abricots qui restent permettent au 1er et au 2e enfant d'en prendre un quatrième ; le troisième, le quatrième et les suivants ne peuvent pas le faire car il n'y a plus d'abricots mais avec les 5 abricots fictifs (qui manquent), le 3e, le 4e, le 5e, le 6e et le 7e enfant pourraient aussi avoir 4 abricots. Un simple comptage permet ainsi de déterminer qu'il y a 7 enfants et 23 abricots : 23 = (7 × 3) + 2 = (7 × 4) – 5. (Cette stratégie « élémentaire » suppose toutefois qu'on laisse inconnu le nombre d'enfants tout au long de la distribution, qui n'apparaîtra qu'à la fin du processus fictif).

Ou, pour ceux qui ont perçu les multiples successifs du nombre d'enfants, constater que le nombre d'abricots se situe à 2 unités au-delà du 3e mais à 5 unités avant le 4e, représentant un écart de 7 entre ces deux multiples.

Ou bien, procéder à des essais en choisissant un nombre d'enfants, en calculant le nombre d'abricots pour chaque distribution et en vérifiant que ces deux résultats sont égaux.

Par exemple avec 10 enfants, il y aurait 32 = (10 × 3) + 2 abricots pour la première, mais 35 = (10 × 4) – 5 pour la seconde ; il faut rejeter l'essai et en tenter un autre.

Après une ou plusieurs tentatives, ces essais peuvent être organisés par exemple selon un nombre croissant d'enfants.

nb d'enfants (E)	2	3	4	5	6	**7**	8	9	10	11
3E + 2	8	11	14	17	20	**23**	26	29	32	35
4E – 5	3	7	11	15	19	**23**	27	31	35	39

(Les essais ci-dessus sont présentés sous forme « complète » ou « experte » avec la maîtrise des caractéristiques « un multiple de 3 plus 2 » et « 5 de moins qu'un multiple de 4 ». Ils permettent de se convaincre de l'unicité de la solution « 7 enfants, 23 abricots ». Les productions des élèves sont en général moins « régulières » ou exhaustives et elles peuvent laisser planer des incertitudes sur la part du hasard dans la recherche de la solution.

Ou encore : partir des nombres d'abricots possibles pour chacune des distributions et les identifier. Les deux listes des nombres qui valent 2 de plus qu'un multiple de 3 (5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, …) et/ou 5 de moins qu'un multiple de 4 (3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, …) se situent cette fois-ci au début de la procédure de résolution (alors que dans la procédure précédente, elles en étaient l'aboutissement). On y trouve des nombres communs : 11, 23, 35, … La tâche est de vérifier pour chacun de ces « candidats », celui qui donne le même nombre d'enfants :

11 abricots ; 11 = (3 × 3) + 2 = (4 × 4) - 5 (3 enfants et 4 enfants) solution à écarter

23 abricots : 23 = (7 × 3) + 2 = (7 × 4) - 5 (7 enfants dans les deux cas) solution à retenir

35 abricots ; 35 = (11 × 3) + 2 = (10 × 4) - 5 (11 enfants et 10 enfants) solution à écarter

avec l'assurance que 23 est le seul nombre d'abricots à retenir.

Ou : s'aider de schémas, de tableaux ou de dessins pour représenter les parts de chacun selon l'une ou l'autre des procédures précédentes sans toutefois pouvoir décrire le raisonnement ou aller au-delà d'une vérification.

Ou bien, utiliser des lettres pour formaliser les relations entre les données du problème. Par exemple en notant A le nombre d'abricots et E celui des enfants pour chacune des deux distributions, on a : A = 3E + 2 et A = 4E – 5. On obtient donc l'équation 3E + 2 = 4E – 5, la résoudre par essais ou de manière algébrique : E – 7 = 0, d'où A = 3 x 7 + 2 = 23.

Attribution des points

4 La solution complète (7 enfants et 23 abricots) avec explication permettant de constater que la solution est unique

3 La solution complète (7 enfants et 23 abricots) avec vérification ou dessins ne permettant pas de savoir si la solution est obtenue au hasard ou que les possibilités ont toutes été envisagées

2 La solution complète (7 enfants et 23 abricots) sans explication ni vérification

ou seulement une des deux réponses avec des explications

1 Réponse qui donne le même nombre pour les deux distributions pour seulement le nombre d'abricots ou seulement celui des enfants (ex. : 11 abricots ; $11 = (3 \times 3) + 2 = (4 \times 4) - 5$)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Variante de 20.I.5 *Collection de motos* (Groupe Opérations)

13. DÉCOUPAGE DE TRIANGLES (Cat. 6, 7, 8)

Christine découpe des triangles dans une feuille quadrillée.

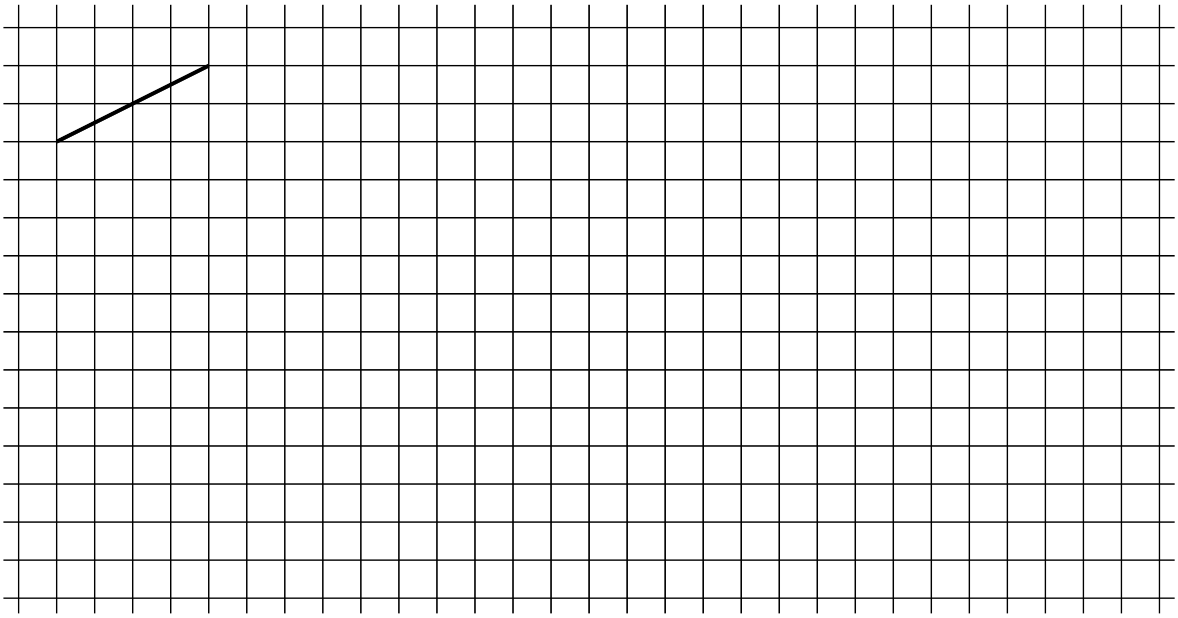
Tous ses triangles ont :

- deux côtés de même longueur que le segment déjà dessiné dans le quadrillage ci-dessous ;

- tous leurs sommets sont sur des points d'intersection du quadrillage.

Combien Christine peut-elle découper de triangles différents (qu'elle ne peut pas superposer après les avoir découpés) ?

Dessinez-les tous sur le quadrillage ci-dessous.



ANALYSE *A PRIORI*

Domaines de connaissances

- Géométrie : angles, triangles isocèles, figures planes isométriques
- Logique : déductions

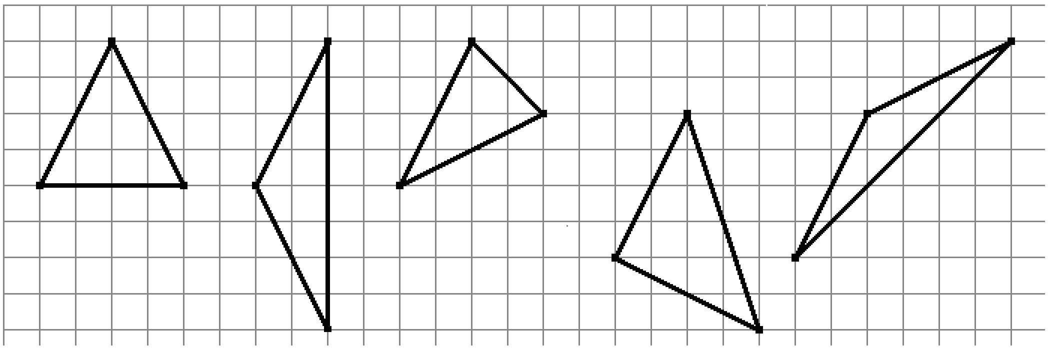
Analyse de la tâche

- Comprendre toutes les conditions à respecter pour la construction des triangles :
  - les triangles doivent être isocèles,
  - les côtés égaux ont la même longueur que le segment indiqué,
  - le troisième sommet doit être sur un point d'intersection du quadrillage,
  - les triangles doivent être tous différents (non isométriques).
- Se rendre compte, que les deux côtés de même longueur sont des diagonales de rectangles de dimensions 2 et 4 (l'unité est le côté d'un carreau du quadrillage).
- Procéder systématiquement : par exemple, considérer tous les segments qui peuvent être tracés à partir d'une des extrémités du segment indiqué et qui soient des diagonales de rectangles 2×4 et construire un triangle isocèle avec chacun d'eux et avec le segment donné. Écarter ensuite ceux qui sont de mêmes formes (isométriques ou superposables) que des triangles déjà obtenus.

Ou bien : se rendre compte qu'après avoir dessiné le segment sur le quadrillage, que le troisième sommet du triangle doit être sur le cercle de centre une extrémité et de rayon égal à la longueur du segment indiqué. Dessiner soigneusement un tel cercle et déterminer les points du quadrillage qui se trouvent sur le cercle. Considérer les triangles ainsi formés et, à cause de l'imprécision du dessin, vérifier qu'ils sont isocèles en utilisant le quadrillage et éliminer ceux qui sont de même forme (isométriques ou superposables) à d'autres déjà obtenus.

Ou bien : procéder par essais non organisés à partir du segment indiqué.

- Obtenir dans tous les cas que Christine peut trouver 5 triangles de formes différentes et les dessiner, par exemple, comme ci-dessous, indépendamment de la position du segment de l'énoncé :



Attribution des points

4 Réponse correcte : 5 triangles avec dessins bien disposés dans le quadrillage, avec les bonnes dimensions

3 Réponse avec un seul oubli ou une répétition (triangle isométrique à l'un des précédents) ou une erreur (triangle non conforme aux demandes : non isocèle ou avec des sommets qui ne sont pas des points d'intersection du quadrillage)

2 Réponse avec deux oublis ou deux répétitions ou deux erreurs

1 Réponse avec trois oublis ou trois répétitions ou trois erreurs

0 Un seul triangle correct ou incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Rozzano

14. CADEAU D'ANNIVERSAIRE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Les triplés Alain, Jean et Georges ont décidé d'offrir à leur meilleur ami le jeu vidéo qu'il désire depuis longtemps pour son anniversaire. Mais aucun des trois enfants n'a suffisamment d'argent dans sa tirelire pour acheter ce jeu vidéo à lui tout seul : il manque 17 euros à Alain, 13 euros à Jean et 21 euros à Georges.

Ils décident de mettre en commun leurs économies, et de cette façon, non seulement ils peuvent acheter le jeu pour leur ami, mais en plus, ils peuvent acheter un deuxième jeu identique, et il leur reste encore 7 euros.

Pouvez-vous dire combien coûte le jeu vidéo et combien d'euros chaque enfant avait dans sa tirelire ?

Donnez vos réponses et expliquez votre raisonnement.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication et division de nombres naturels
- Algèbre : mise en équations et résolution d'une équation du premier degré

Analyse de la tâche

- Se rendre compte, à partir des informations sur le contenu des tirelires, que le prix du jeu vidéo est supérieur à 21 euros (à Georges, qui a le moins d'argent, il manque 21 euros pour en avoir suffisamment dans sa tirelire pour acheter le jeu) et que les différences entre ce que les triplés ont dans leurs tirelires et le prix du jeu sont, respectivement, 17, 13 et 21 euros.
- Comprendre dans la seconde partie de l'énoncé que la somme des euros contenus dans les tirelires des enfants est égale à deux fois le prix du jeu plus 7 euros.
- Faire l'hypothèse d'un prix supérieur à 21 euros (par exemple 30 euros), puis procéder à des ajustements ultérieurs de cette valeur pour obtenir l'égalité entre la somme totale des économies et le double du prix du jeu augmenté de 7 ; par exemple par un tableau de ce genre :

Prix du jeu	économies d'Alain	économies de Jean	économies de Georges	sommes des économies	double du prix du jeu + 7 euros
30	30 - 17 = 13	30 - 13 = 17	30-21 = 9	39	67
…	…	…	…	…	…
55	55 - 17 = 38	55-13 = 42	55-21 = 34	114	117
58	58 - 17 = **41**	58-13 = **45**	58-21 = **37**	**123**	**123**

- En déduire que le prix du jeu est de 58 euros, et que Alain avait dans sa tirelire 41 euros, que Jean avait 45 euros et que Georges avait 37 euros.

Ou, en langage naturel, si chaque triplé veut acheter un jeu, il manque 51 euros (17 + 13 + 21), alors que s'ils n'achètent que deux jeux, il reste 7 euros. Donc un jeu coûte 58 euros (51 + 7).

Ou, par algèbre, si par exemple on désigne par x le prix du jeu, x - 17, x - 13, x - 21 les économies des trois enfants et $2x + 7$ le montant en euros qui doit être égal à leur somme, on pose l'équation $(x - 17) + (x - 13) + (x - 21) = 2x + 7$ qui se réduit à $3x – 51 = 2x + 7$, et $x = 58$.

Attribution des points

4 Toutes les réponses correctes (prix du jeu vidéo : 58 euros ; économies : Alain, 41 euros ; Jean, 45 euros ; Georges, 37 euros) avec des explications claires et complètes

3 Les réponses correctes avec des explications incomplètes ou peu claires ou seulement une vérification
ou seulement le calcul du prix du jeu, avec explications complètes mais oubli des autres réponses

2 Les réponses correctes sans explication ni vérification
ou une procédure correcte mais avec une erreur de calcul dans la détermination du prix du jeu

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine: Siena

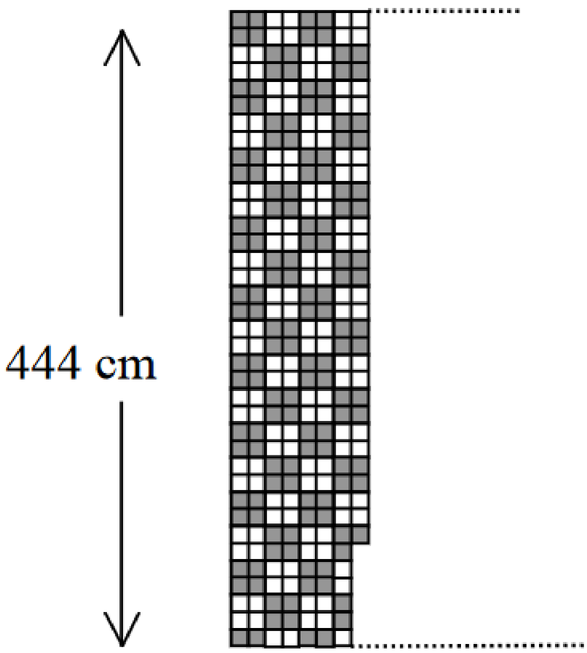
15. CARRELAGE (II) (Cat. 7, 8, 9)

Les dimensions d'une pièce rectangulaire sont 444 centimètres et 684 centimètres

On veut carreler la pièce avec des carreaux blancs et des carreaux gris, tous carrés, selon un motif régulier.

Le carreleur a déjà posé 7 rangs complets de carreaux et en a placé 31 au 8e rang.

Il se repose un peu et remarque qu'il a posé le même nombre de carreaux gris que de carreaux blancs.



Lorsque le carrelage sera terminé, y aura-t-il encore autant de carreaux gris que de carreaux blancs ?

Si non, dites s'il y aura plus ou moins de carreaux gris que de carreaux blancs et combien en plus ou en moins.

Expliquez vos réponses.

ANALYSE *A PRIORI*

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication, addition
- Géométrie : rectangle et carré
- Mesures : unités de mesures de longueur, proportionnalité entre longueurs et nombres de carreaux

Analyse de la tâche

- Vérifier l'affirmation du carreleur en dénombrant les carrés, percevoir les régularités dans la disposition des carreaux gris et blancs.
- Se rendre compte qu'on n'arrivera pas à dessiner tous les carreaux car il y en a trop et, éventuellement, essayer de les dessiner par groupes de quatre carrés de même couleur.
- Estimer visuellement la longueur du rectangle (éventuellement en reportant la largeur donnée : 444 cm ou 37 carrés, pour une première approximation et en reportant un peu plus que sa moitié) pour arriver à peu près à 684 cm de longueur ; ou faire un dessin à l'échelle.
- Comprendre qu'il y a une relation entre les 444 cm de la largeur, les 684 cm de la longueur et les nombres de carreaux correspondants, et qu'il s'agit de déterminer la longueur d'un côté de carreau (qui est la même dans les deux dimensions) à partir de 444 cm et 37 carreaux comptés sur la largeur. 444 : 37 = 12 donne la longueur d'un côté, puis 684 : 12 = 57 donne le nombre de carreaux dans la longueur.
- Calculer le nombre de carreaux de chaque couleur dans le rectangle rang par rang, ou par groupes de quatre ou encore par d'autres méthodes, en tenant compte des irrégularités dues aux nombres impairs.

Par exemple : considérer que dans un rectangle de $36 \times 56 = 2016$ carreaux, on a 1008 blancs et 1008 gris puis compter les carreaux de la 37e ligne (28 blancs et 29 gris) puis ceux qui restent dans la 57e colonne (18 blancs et 18 gris) pour arriver à un total de 1008 + 28 + 18 = 1054 blancs et 1008 + 29 + 18 = 1055 gris et à la réponse : un carré gris de plus que de carrés blanc.

On peut aussi se convaincre que le nombre des blancs ne peut être égal au nombre des gris pour des raisons de parité : $37 \times 57 = 2109$ étant un nombre impair. Le nombre de colonnes (57) étant impair, la dernière ligne du carrelage à l'extrémité droite de la pièce se terminera comme sur le dessin donné par 2 gris et 1 blanc, le reste étant constitué par autant de carreaux gris que de blancs. Il y aura donc un carreau gris de plus que de blancs.

Il y a encore de nombreuses procédures de calcul ou de comptage, qui n'exigent pas toutes de connaître le nombre exact de carreaux gris et de blancs.

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une explication détaillée (sans contradiction ou erreur) de la manière dont elle a été trouvée (voir analyse de la tâche)

3 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète

ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une explication détaillée

2 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) sans aucune explication

ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète

ou réponse incorrecte (plus de blancs que de gris ou le même nombre de blancs que de gris) avec une justification cohérente, mais due à une erreur de calcul ou de comptage

1 Réponse partielle (plus de gris que de blancs), sans aucune explication

ou réponse incorrecte avec deux erreurs de calcul ou de comptage, mais avec une explication cohérente

0 Réponse (le même nombre de blancs que de gris) basée sur la généralisation de l'affirmation du carreleur

ou incompréhension du problème.

Niveaux : 7, 8, 9

Origine : Groupe proportionnalité

16. LA BOUTEILLE D'HUILE (Cat. 8, 9, 10)

Pour célébrer les vingt ans d'activité de la coopérative qui vend l'huile de Transalpie, on a réalisé un nombre limité de bouteilles d'un litre d'une forme particulière, illustrée par la figure ci-contre.

Jean, qui a pu en acheter une, raconte à un de ses amis :

« Il s'agissait d'une bouteille magnifique avec une base plate et circulaire. Je ne me souviens plus de sa hauteur. Par contre je me rappelle que :

- après avoir consommé un quart de litre, j'ai remarqué que le niveau de l'huile était à 15 cm de la base dans la zone cylindrique ;

- après avoir consommé un demi-litre, j'ai retourné la bouteille et je me suis aperçu que le niveau de l'huile était à 15 cm du bouchon. »

Avec ces informations, déterminez la hauteur de la bouteille.

Expliquez votre raisonnement.

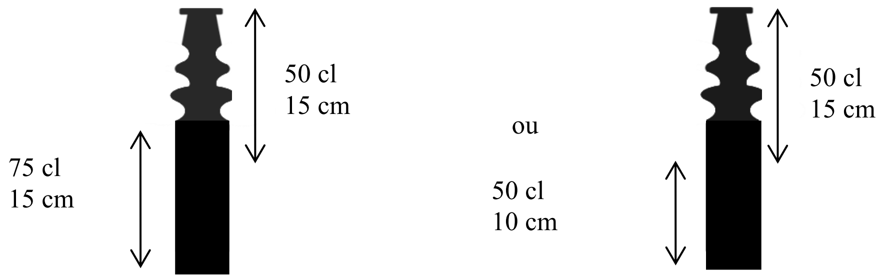
ANALYSE *A PRIORI*

Domaines de connaissances

Géométrie dans l'espace : volume. Conservation du volume d'un liquide quelle que soit la position du récipient
Arithmétique : proportionnalité

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le volume d'huile dans la partie cylindrique ne dépend que de sa hauteur.
- En déduire, d'après la première mesure de Jean, que ¾ de litre (75 cl) occupent 15 cm de hauteur dans la partie cylindrique.
- Par un raisonnement de proportionnalité, on obtient que dans la partie cylindrique, dans 1 cm de hauteur, il y a un volume d'huile de 75/15 = 5 cl, ou que 15 cm correspond à 3 quarts et 5 cm à 1 quart.
- En déduire que dans la partie cylindrique, ½ litre d'huile (50 cl) occupe une hauteur de 50 / 5 = 10 cm.
- D'après la seconde affirmation, on sait qu'à partir du bouchon, une hauteur de 15 cm contient ½ litre d'huile et par conséquent lorsqu'on retourne la bouteille avec 0,5 litres le niveau d'huile (de 15 cm à partir du bouchon) est dans la partie cylindrique. Ainsi les deux niveaux se chevauchent dans la partie cylindrique.
- Visualiser ces données par des schémas tels que ceux-ci :



- Constater sur le premier schéma qu'en additionnant les deux hauteurs de 15 cm, on compte deux fois ¼ de litre d'huile, correspondant à 5 cm de hauteur. En déduire que la bouteille a une hauteur de 15 + 15 – 5 = 25 cm.

Ou bien, constater sur le deuxième schéma que la hauteur de la bouteille est 10 + 15 = 25 cm.

Ou bien, comprendre que la clé du problème est que lorsqu'on renverse la bouteille, la moitié de l'huile se trouve à 15 cm du haut et l'autre moitié à 10 cm du bas, d'où la hauteur totale de la bouteille égale à 25 cm.

Attribution des points

4 Réponse correcte (25 cm) avec des explications claires et le détail des calculs

3 Réponse correcte avec des explications peu claires, ou présentation claire de la procédure mais avec une seule erreur de calcul donnant une valeur différente de 25 cm

2 Réponse correcte sans explications
ou des erreurs de calculs mais une procédure correcte

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Cagliari et Sassari