1. LES BALLONS COLORÉS (I) (Cat. 3)

Pour la fête de l'école, les enfants de la classe de Fabienne accrochent une rangée de ballons, les uns à côté des autres, sur le mur du préau.

Les 3 premiers ballons sont bleus, les 2 suivants sont rouges, puis les 3 ballons suivants sont bleus, suivis de 2 ballons rouges et ainsi de suite. Les enfants continuent à accrocher les ballons jusqu'au bout du mur. Lorsqu'ils ont terminé, ils ont constaté que les deux derniers ballons sont rouges.

Pour réaliser cette rangée de ballons, les enfants ont utilisé 24 ballons bleus.

Au total, combien de ballons sont accrochés sur le mur du préau ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Déterminer le nombre total de ballons d'une file, selon une séquence périodique de 3 ballons bleus et de 2 ballons rouges, dont 24 ballons sont bleus.

Analyse de la tâche

- Imaginer la rangée de ballons où se répète une période de 3 ballons bleus et 2 ballons rouges et/ou en dessiner le début.
- Poursuivre le dessin jusqu'à ce qu'on ait 24 ballons bleus et en terminant la rangée par deux ballons rouges ; puis compter le nombre total de ballons : 40. (Le non respect de la consigne « la rangée se termine avec 2 ballons rouges » entraînerait la réponse erronée 38).

Ou, utiliser un raisonnement arithmétique, par exemple :

considérer que 24 ballons bleus correspondent à une répétition de 8 fois les 3 ballons bleus d'une séquence (8 = 24 : 3) et calculer le nombre de ballons rouges (16 = 2 × 8).

- Déduire enfin que le total des ballons est 40 = 24 + 16.

Attribution des points

4 Réponse correcte (40 ballons) avec une explication claire et complète (dessin ou calcul)

3 Réponse correcte (40 ballons) avec une représentation peu claire ou incomplète
ou réponse donnant le nombre de ballons de chaque couleur (24 bleus et 16 rouges) sans calcul du total

2 Réponse erronée due à une erreur de calcul ou à un schéma correct mais incomplet, (par exemple 38 ballons qui représentent les séquences organisées avec les 8 groupes de 3 bleus mais sans les 2 derniers rouges)
ou réponse donnant le nombre de ballons rouges seulement (16 rouges)

1 Début de recherche appropriée, montrant la compréhension de l'alternance des deux sortes de ballons et de la suite numérique, complète ou non, mais sans proposer de réponse

0 Incompréhension du problème

Niveau : 3

Origine : Sienne

2. LE CHENIL DE CHARLES (Cat. 3, 4)

Charles s'occupe d'un chenil qui accueille les chiens abandonnés.

Lundi soir il y avait 6 chiens dans ce chenil.

Mardi, 4 nouveaux chiens sont arrivés et 5 ont quitté le chenil car ils ont été confiés à des familles.

Mercredi, 12 chiens sont arrivés et un seul est parti.

Jeudi, 3 chiens sont partis et aucun n'est arrivé.

Vendredi, aucun chien n'est parti et 12 ont été amenés au chenil, mais 5 d'entre eux n'ont pas pu être accueillis car le chenil était plein.

Combien de chiens le chenil de Charles peut–il accueillir ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Dans une succession de six transformations additives (additions et soustractions), déterminer l'état final connaissant l'état initial et chacune des transformations.

Analyse de la tâche

- Comprendre la succession des arrivées et départs du chenil (qui ne sont pas toujours données dans le même ordre). Comprendre que le vendredi il faut compter une arrivée de 7 chiens seulement (12 – 5). Comprendre enfin que le nombre de chiens obtenu à la fin correspond à la capacité d'accueil du chenil.
- Utiliser une procédure numérique qui peut être de plusieurs types, par exemple :
  - procéder pas à pas : 6 + 4 = 10 ; 10 – 5 = 5 ; 5 + 12 = 17 ; 17 – 1 = 16 ; 16 – 3 = 13 ; 13 + 7 = 20 (ou 13 + 12 = 25 et 25 – 5 = 20).
  - faire le total des chiens accueillis (23) et des chiens partis (9), puis calculer 6 + 23 – 9 = 20.

Ou, utiliser une procédure graphique, par exemple : schématiser les chiens en barrant ceux qui partent et en ajoutant ceux qui arrivent et ceux qui ne peuvent pas être accueillis, puis dénombrer ceux qui ne sont barrés ;

Ou, utiliser une procédure graphique et numérique, par exemple une ligne numérique, support d'une procédure pas à pas.

Attribution des points

4 Réponse correcte (20 chiens) avec description claire et complète de la procédure (succession des transformations, schéma…)

3 Réponse correcte avec description partielle ou peu claire de la procédure

2 Réponse correcte sans description de la procédure

ou réponse erronée, mais description claire d'une procédure correcte (erreur dans les calculs ou dans le dénombrement)

1 Début de recherche correct, témoignant du fait que la situation a été comprise : procédure correcte jusqu'au nombre de chiens le jeudi soir (13)

0 Incompréhension du problème

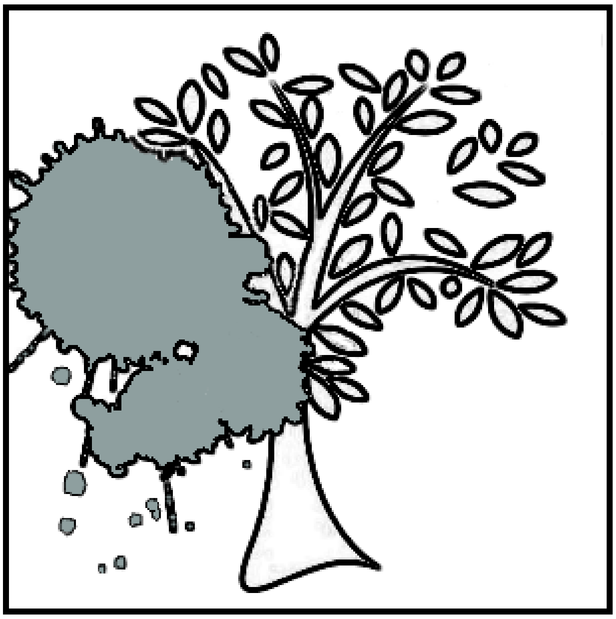
Niveaux : 3, 4

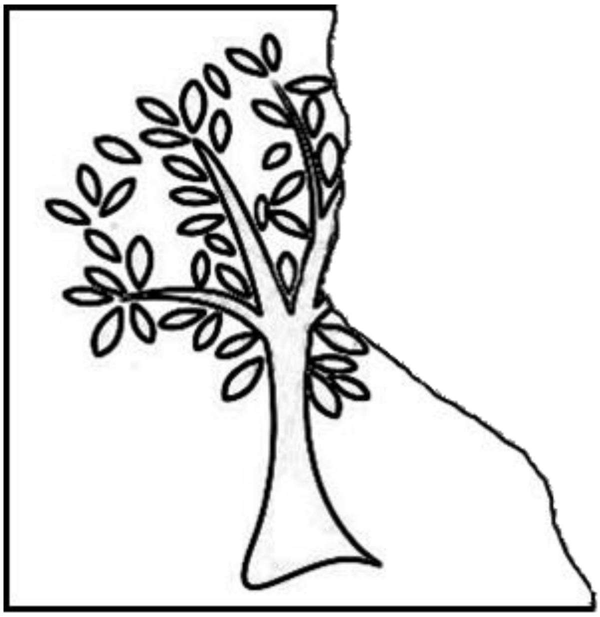
Origine : Milan

3. LES FEUILLES DE L'ARBRE (Cat. 3, 4)

La maîtresse a distribué le même dessin à deux élèves. Malheureusement, Philippe a fait une grosse tache sur son dessin et Georges a déchiré sa feuille.

Voici les deux dessins :





Combien de feuilles y avait-il sur le dessin de l'arbre distribué par la maîtresse ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Dénombrer une quantité d'objets représentés sur un dessin à partir de deux copies incomplètes de ce dessin, sur lesquelles figurent tous les objets, certains figurant sur les deux.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il s'agit du même objet dont une partie est représentée sur chacun des dessins.
- Constater que toutes les feuilles ne sont pas visibles sur un seul dessin et qu'il faudra passer de l'un à l'autre pour les compter toutes en évitant de compter deux fois celles qui figurent sur les deux.
- Compter une à une les feuilles d'un dessin, puis celles de l'autre qui ne sont pas déjà comptées sur le premier. On peut s'aider de marques, d'une numérotation des feuilles, de couleurs, … pour ne pas en oublier. La difficulté principale est le contrôle des feuilles déjà présentes sur le premier dessin, qu'on peut éventuellement biffer une à une sur le second.

Ou, observer les dessins et constater que les feuilles peuvent être rangées dans 3 catégories :

- Les feuilles cachées sur le dessin de Philippe mais pas sur celui de Georges (20)
- Les feuilles disparues sur le dessin de Georges mais pas sur celui de Philippe (28)
- Les feuilles visibles sur les deux dessins (20)

Terminer en additionnant les trois nombres (20 + 20 + 28 = 68)

Ou reconstituer l'arbre entier soit en complétant un des deux dessins, soit en décalquant, soit encore en coupant et collant, après avoir identifié sur l'un des dessins la partie qui est manquante sur l'autre. Compter les feuilles de l'arbre reconstruit.

Attribution des points

4 Réponse correcte (68) avec, sur la copie, les feuilles clairement notées une à une pour le comptage (marque, numéro) ou avec l'addition 20 + 20 + 28 ou par un découpage et collage ou encore par une des phrases du genre « on a compté toutes les feuilles sans compter deux fois celles qui étaient sur les deux dessins » ou « on a compté toutes les feuilles des deux dessins puis on a enlevé une fois celles qui étaient sur les deux ou « on a compté toutes les feuilles de P, puis celles qui sont sous la tache qu'on a comptées sur le dessin de G »…

3 Réponse qui diffère de 1 de la réponse correcte (67, ou 69) avec traces ou explications comme pour 4 points

2 Réponse qui diffère de 2 de la réponse correcte (66 ou 70) avec traces ou explications comme les précédentes ou réponse exacte (68) sans aucune trace ni explication sur la manière dont elle a été trouvée

1 Réponse qui diffère de 3 ou 4 de la réponse correcte (64, 65, 71, 72)
ou adjonction des feuilles visibles sur les deux dessins, mais sans décompter les feuilles communes (88)

0 Incompréhension du problème ou réponse différente de celles qui sont énumérées ci-dessus

Niveaux : 3, 4

Origine : Bourg en Bresse

4. DES TOURS TOUJOURS PLUS HAUTES (Cat. 3, 4)

Luc a beaucoup de cubes. Il veut construire 6 tours en plaçant les cubes les uns sur les autres.

Pour construire la première tour, Luc utilise un seul cube.

Pour construire la deuxième tour, il utilise deux cubes.

Pour construire la troisième tour, il utilise le double du nombre de cubes qu'il a utilisés pour construire la deuxième.

Et il continue ainsi en doublant à chaque fois le nombre de cubes utilisés pour la tour précédente.

Combien de cubes Luc devra-t-il utiliser pour construire ses six tours ?

Montrez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Dans un contexte de construction de tours, calculer la somme des six premiers termes d'une suite géométrique de raison 2 et dont le premier terme est égal à 1.

Analyse de la tâche

- Savoir ce qu'est le double d'un nombre et comprendre que pour chaque nouvelle tour construite, on utilise le double du nombre de cubes utilisés pour la précédente.

Procédure s'appuyant sur un dessin :

- Dessiner ou schématiser les 6 tours, dénombrer ou calculer les cubes utilisés pour chaque tour et en faire la somme ou dénombrer tous les cubes un à un et obtenir 63.

Procédure numérique :

- Calculer le nombre de cubes utilisés pour chaque tour et en faire la somme : 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63.

Attribution des points

4 Réponse correcte (63) avec des explications complètes (suite des calculs effectués avec mention du nombre de cubes utilisés pour chaque tour ou dessin ou schéma des tours avec explication de la façon dont le nombre total de cubes a été déterminé : par exemple, on a compté tous les cubes ou écriture du nombre de cubes contenus dans chaque tour et de la somme de ces nombres)

3 Réponse correcte avec des explications incomplètes (dessin ou schéma imprécis)

2 Détermination exacte du nombre de cubes utilisés pour chaque tour avec des explications montrant comment on a trouvé, mais la somme non effectuée ou la somme est donnée avec une erreur de calcul

1 Début de raisonnement correct : dessin exact des 4 premières tours au moins ou écriture du nombre de cubes utilisés pour au moins les 4 premières tours

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

5. LE PÂTISSIER (Cat. 3, 4, 5)

Un pâtissier a préparé cinq gâteaux pour cinq de ses clients : Anne, Brice, Carla, Dany et Elise.

Voici les 5 gâteaux :
- ➢ un gâteau aux pommes et à la crème
- ➢ un gâteau aux fraises et à la crème
- ➢ un gâteau aux pommes sans crème
- ➢ un gâteau aux fraises sans crème
- ➢ un gâteau au chocolat.

Malheureusement, le pâtissier ne se souvient plus de ce que chaque client a commandé. Il se souvient cependant que :
- • Anne achète seulement des gâteaux dans lesquels il y a des fruits ;
- • Carla et Dany veulent toujours des gâteaux aux fraises ;
- • Elise et Carla n'aiment ni les gâteaux à la crème ni les gâteaux au chocolat.

Retrouvez le gâteau commandé par chaque client.

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Mettre en relation univoque 5 objets et 5 personnes, à partir d'indications données sous forme affirmative ou sous forme négative.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les informations données permettent ou interdisent certaines associations.
- Procéder par déductions, par exemple :
  Anne peut avoir tous les gâteaux sauf le gâteau au chocolat ;
  Carla et Dany ne peuvent avoir que les 2 gâteaux aux fraises, ce qui fait que les autres clients ne peuvent pas les avoir ;
  Carla ne peut avoir que le gâteau sans crème aux fraises, donc Dany aura le gâteau à la crème et aux fraises
  Elise ne peut avoir que le gâteau sans crème aux pommes (le gâteau sans crème aux fraises étant déjà attribué à Carla) ;
  Pour Anna, il ne reste alors que le gâteau à la crème et aux pommes ;
  Et pour Brice, il ne reste que le gâteau au chocolat (ce gâteau aurait d'ailleurs pu lui être attribué dès le départ compte tenu des informations sur les autres clients).

Ou

- Procéder par essais et déductions, en attribuant un ou plusieurs gâteaux à un ou des clients et en vérifiant la compatibilité avec les informations données.

Remarque : Une solution utilisant un tableau est envisageable, mais très peu probable à ce niveau de la scolarité.

Attribution des points

4. Solution correcte (Anne : crème et pommes ; Brice : chocolat ; Carla : sans crème et fraises ; Dany : crème et fraises ; Elise : sans crème et pommes), avec démarche claire (suite de déductions, organisation en liste ou tableau) ou vérification de l'adéquation entre la réponse établie et les contraintes de l'énoncé.

3 Solution correcte, mais avec des explications ou vérifications incomplètes ou imprécises (par exemple, quelques déductions sont explicitées, mais pas les autres).

2 Solution correcte sans explication ou vérification.
ou 3 ou 4 associations correctes, avec justifications pertinentes.

1 2 associations correctes, avec ou sans justifications

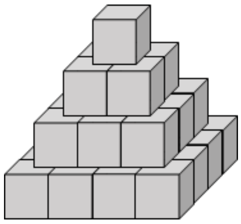
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Sienne, d'après 13.I.3

6. PYRAMIDES (Cat. 4, 5)

Alexandre possède un grand nombre de cubes gris avec lesquels il construit des tours ayant la forme de pyramides, comme celle que vous voyez sur le dessin.



Les règles de construction qu'il utilise sont les suivantes :

- Le dernier étage de la tour est formé d'un seul cube ;
- Chaque étage a la forme d'un carré, sans vide entre les cubes.

Aujourd'hui, Alexandre a utilisé 204 cubes gris pour construire sa tour.

Combien d'étages a sa tour ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique :

Trouver les carrés des premiers nombres entiers naturels et en faire la somme pour obtenir 204.

Analyse de la tâche

- Interpréter correctement l'image. Comprendre que pour certains cubes on voit trois faces, pour d'autres deux faces, pour d'autres encore une face et qu'il y a des cubes qu'on ne voit pas. Comprendre que chaque étage est formé (à l'exception du dernier) par des cubes assemblés les uns contre les autres de manière à former un carré. Comprendre que le nombre de cubes sur le côté de chaque étage augmente de un quand on passe d'un étage à l'étage immédiatement inférieur.
- Comprendre que pour trouver le nombre de cubes utilisés pour chaque étage, il faut multiplier le nombre de cubes placés sur un côté de l'étage par lui-même.
- Pour trouver le nombre d'étages de la pyramide, procéder par essais : par exemple commencer avec une base de 6 x 6. Puis ajouter 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 91 et remarquer qu'on n'a pas utilisé assez de cubes. Ajouter un étage 7 x 7 = 49 et réaliser que ça ne suffit toujours pas ; ajouter encore 8 x 8 = 64 et constater qu'alors on a utilisé 204 cubes. Conclure que la tour a huit étages.

Ou, retirer progressivement de 204 les nombres de cubes utilisés pour chaque étage en commençant par l'étage supérieur jusqu'au 8e niveau et constater alors que tous les cubes ont été utilisés : 204 – 1 = 203 ; 203 – 4 = 199 ; 199 – 9 = 190 … 113 – 49 = 64 ; 64 – 64 = 0

Ou, comprendre comment calculer le nombre de cubes à chaque étage et procéder à partir du haut vers le bas, et additionner pour atteindre le total de 204 cubes :

1 + 4 = 5; 5 + 9 = 14; 14 + 16 = 30; 30 + 25 = 55; 55 + 36 = 91; 91 + 49 = 140; 140 + 64 = 204.

Attribution des points

4 Réponse correcte (8 étages) avec description claire des étapes suivies (les calculs seuls conviennent)

3 Réponse correcte avec description peu claire ou incomplète, par exemple absence de certains calculs, mais la procédure suivie est compréhensible

Ou réponse erronée due à une seule erreur de calcul mais l'ensemble de la procédure est décrite en détail

2 Réponse correcte sans explications

Ou réponse erronée due à deux erreurs de calcul, avec indications sur la procédure utilisée.

1 Début de recherche cohérente, par exemple début de calcul des nombres de cubes utilisés aux premiers étages, mais la recherche est inachevée

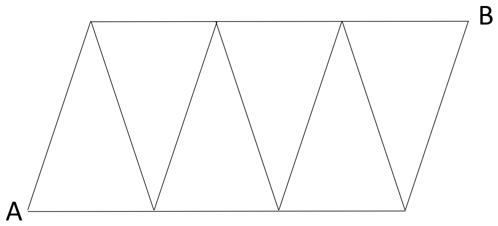
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5

Origine : Sienne

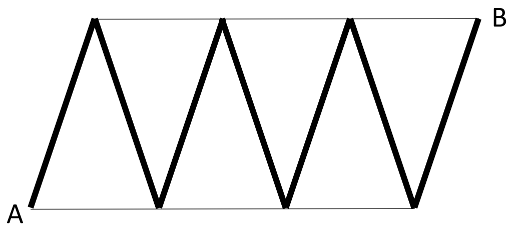
7. LE ROBOT ROBERT (Cat. 4, 5, 6)

Le robot Robert se déplace sur les lignes d'un parcours représenté ici, en faisant des pas qui sont tous de la même longueur.

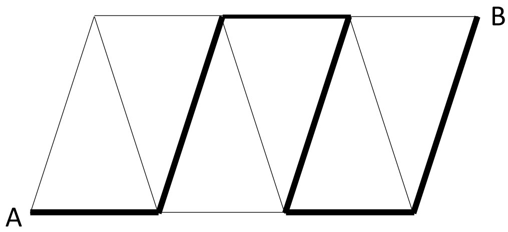


Pour se déplacer de A vers B il peut suivre différents chemins.

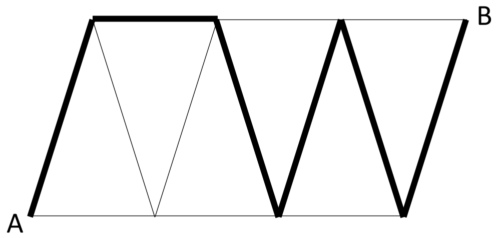
Lorsqu'il suit ce chemin, il fait 56 pas :



Par contre, il fait 36 pas quand il suit cet autre chemin :



Combien de pas fait le robot Robert quand il suit ce chemin-là ?



Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Sur un réseau composé de deux types de segments, des courts et des longs, trouver la longueur d'un chemin composé d'un segment court et 5 segments longs, connaissant la longueur d'un chemin de 7 segments longs (56 pas) et celle d'un chemin de 3 segments courts et 3 segments longs (36 pas).

Analyse de la tâche

- Comprendre que le robot Robert fait toujours un nombre entier de pas pour parcourir un segment de la grille et que pour parcourir des segments égaux, il comptera le même nombre de pas, puisque ses pas ont toujours la même longueur.
- Déduire du premier chemin, composé de 7 segments longs, que chaque segment vaut 8 pas (56 : 7).
- Observer le second chemin et se rendre compte qu'il est formé de 3 segments longs et de 3 segments courts.
- Trouver que pour parcourir les trois segments longs du second chemin, Robert fera 24 pas (8 × 3) et que pour parcourir les segments courts il en fera 12 (36 – 24) ; par conséquent chaque segment court mesure 4 pas (12 : 3).
- Conclure que pour parcourir le troisième chemin, composé de 5 segments longs et 1 segment court, Robert fera 44 pas (8 × 5 + 1 × 4).

Ou bien,

- observer que le second chemin est formé de 3 segments courts et de 3 segments longs et en déduire que pour parcourir 1 segment long et 1 segment court Robert fait 12 pas (36 : 3).

- Procéder par essais pour trouver combien de pas mesure chacun des deux segments (6-6, 7-5, 8-4, 9-3, 10-2, 11-1) et découvrir que l'unique possibilité compatible avec le premier chemin est 8 pas pour le segment long et 4 pas pour le segment court.
- Conclure que Robert fait 44 pas pour le troisième chemin.

Attribution des points

4 Réponse correcte (44 pas ou 44) avec des explications claires (montrant la détermination de 8 pas, puis de 4 pas et le total $8 \times 5 + 4$, ou avec les nombres de pas de chaque segment notés sur les dessins)

3 Réponse correcte (44 pas ou 44) avec des explications peu claires (par exemple sans dire comment ont été trouvés les nombres de pas 8 et 4)

2 Réponse correcte (44 pas ou 44) sans explications
ou raisonnement correct mais avec une erreur de calcul

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème ou mesure avec une règle des longueurs des segments pour compter les nombres de pas

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Groupe Calcul et Proportionnalité (variante du problème *Le robot Arthur*, 20.II.2)

8. LA VACHE DANS LE VERGER (II) (Cat. 5, 6)

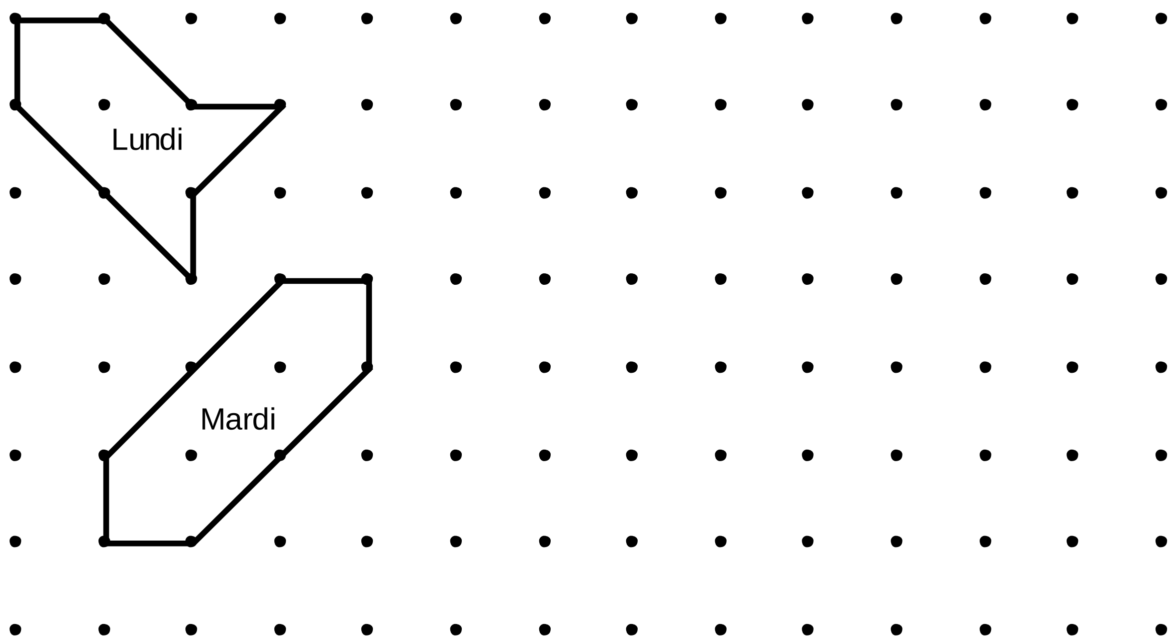
Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi, matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



Plan du verger du Père Michel
avec le dessin des enclos de lundi et mardi

Dessinez un enclos pour mercredi plus grand que celui de mardi et un autre pour jeudi plus grand que celui de mercredi.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Réaliser sur un réseau pointé à maille carré deux surfaces polygonales de même périmètre mais d'aire croissante. Les côtés des polygones doivent être portés par les côtés ou les diagonales des mailles du réseau et exactement 8 points du réseau doivent être placés sur la ligne polygonale.

Analyse de la tâche

- Interpréter le plan du verger : y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos.
- Observer les contours des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un « côté » de la maille carrée et celles dont la longueur correspond à une « diagonale ». Constater que chaque contour d'enclos est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.

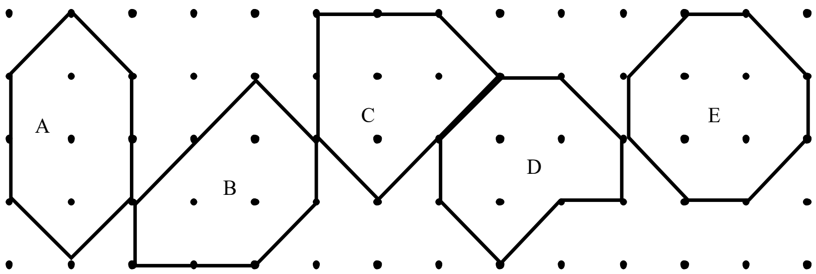
- Comprendre que « ce qu'il y a à brouter » dans l'enclos ou « plus grand » se réfère à l'aire de l'enclos, que la forme de l'enclos peut changer mais que le périmètre doit rester le même.
- Vérifier sur les deux enclos dessinés que le périmètre est le même et comparer leurs aires. Pour cela, trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (un triangle est la moitié d'un carré). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles. L'aire de l'enclos du mardi est effectivement plus grande que celle de l'enclos du lundi.

Stratégies de résolution :

- Dessiner de façon aléatoire un enclos pour mercredi de forme différente des deux premiers, le retenir si son périmètre est égal à 4 barres longues et 4 courtes. Déterminer son aire et le retenir si elle est supérieure à celle de l'enclos du mardi.

  Recommencer de la même manière pour l'enclos pour jeudi.
- Chercher à réaliser un enclos délimité par 4 grandes barres et 4 petites. Procéder ensuite comme précédemment pour l'aire.
- Chercher deux enclos d'aires plus grandes que celle de l'enclos de mardi par une des deux méthodes précédentes et les ranger ensuite selon leurs aires. Celui de plus grande aire sera celui pour jeudi et l'autre pour mercredi.
- Chercher à réaliser un enclos en tenant simultanément les deux contraintes sur le périmètre et l'aire : 4 barres longues et 4 courtes et à l'intérieur plus de 3 carrés et 4 triangles ou une surface équivalente à 5 carrés ou 10 triangles. Recommencer jusqu'à en obtenir deux d'aires différentes et les ranger suivant leurs aires.

Quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D) et la solution pour le jeudi (E)



- Donner une explication montrant qu'il y a un comptage des carrés ou triangles ou nombre de points intérieurs (selon le théorème de Pick, l'aire en carrés vaut le nombre de points intérieurs + la moitié du nombre de points sur la frontière – 1. Les élèves ne peuvent pas le savoir, mais l'intuition « plus il y a d'arbres à l'intérieur, plus grande est l'aire » est à accepter comme explication).

Attribution des points

4 Réponse complète (deux figures trouvées avec l'aire en progression et respect des longueurs des barres de bois, correctement affectées à chacun des jours), avec explications claires (littérales ou dessins avec dénombrement des carrés entiers et demi-carrés)

3 Réponse complète (deux figures dessinées avec l'aire en progression et respect des longueurs) mais sans affectation des jours ou sans explication ou sans dénombrement des carrés entiers et demi-carrés

2 Une seule figure ou deux figures de même aire vérifiant les conditions sur la longueur du contour et sur l'aire en progression par rapport à mardi, et au plus une figure erronée vérifiant au moins une des conditions sur le périmètre ou l'aire.

1 Une ou deux figures avec l'aire en progression par rapport à mardi mais ne vérifiant pas les conditions sur le périmètre

0 Incompréhension du problème, non-réponse

Niveaux : 5, 6

9. CORBEILLES DE FRUITS (I) (Cat. 5, 6, 7)

Inès a récolté dans son verger 60 fruits : des pommes et des poires. Pour les ranger dans le garde-manger, elle les a mis dans deux corbeilles contenant chacune le même nombre de fruits.

Dans chaque corbeille elle a mis des pommes et des poires.

Aldo, son mari, lui demande combien de poires elle a récoltées et Inès lui répond :

« *Je me rappelle seulement deux choses : les 2/3 des fruits que j'ai mis dans la première corbeille sont des poires ; les 2/5 des fruits que j'ai mis dans la seconde corbeille sont des pommes* ».

Aldo fait les comptes et trouve le nombre total de poires qu'Inès a récoltées.

Quel est ce nombre ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Un ensemble de 60 objets de deux types est partagé en deux parties égales. Connaissant la fraction des objets d'un type dans une des moitié et celle des objets de l'autre type dans l'autre moitié, il faut déterminer le nombre total d'objets d'un type.

Analyse de la tâche

- Se représenter les 60 fruits répartis en deux corbeilles de 30 fruits chacune avec des poires et des pommes dont on ne connaît pas encore la répartition.
- Comprendre ensuite que la répartition interne de chaque corbeille est donnée : dans la première on pourra calculer le nombre de poires puis en déduire le nombre de pommes comme complément à 30 ; dans la seconde on pourra calculer le nombre de pommes puis en déduire le nombre de poires comme complément à 30.
- Passer aux calculs pour chaque corbeille : pour la première corbeille trouver un tiers de 30, 10 puis le double, 20 pour les poires, en déduire qu'il reste 10 pommes ; pour la seconde corbeille trouver un cinquième de 30, 6 puis le double, 12 pour les pommes, en déduire qu'il reste 18 poires.
- Additionner les poires des deux corbeilles 20 + 18 = 38 pour répondre à la question.

Ou, desssiner les 30 fruits de chaque corbeille, les distinguer (par des couleurs par exemple) après en avoir calculé le tiers et le cinquième et finalementcompter les poires.

Ou bien, par l'artithmétique, calculer la moitié de 60 (30) et calculer $(2/3) \times 30$ pour obtenir le nombre de poires (20) dans la première corbeille et $(3/5) \times 30$ pour le nombre de poires (18) dans la seconde corbeille (ou calculer $(2/5) \times 30 = 12$ pour le nombre de pommes et le soustraire de 30). Conclure que le nombre total de poires est 38.

Attribution des points

4 Réponse correcte (38 ou 38 poires) avec le détail de la procédure pour la répartition des fruits dans chaque corbeille (avec des calculs ou une représentation graphique claire)

3 Réponse correcte avec des explications incomplètes

ou la réponse 20 poires dans la première corbeille et 18 dans la seconde

2 Réponse correcte sans explications

ou réponse 32 (20 + 12) due à la confusion entre les fruits dans la seconde corbeille

ou réponse erronée due à une seule erreur de calcul (dans le calcul des 2/3 et des 2/5 de 30 ou dans les additions et soustractions) avec le détail de la procédure

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème (par exemple, réponse erronée car les fractions sont appliquées au nombre 60 au lieu de 30 : « les poires sont les (2/3 + 3/5) de 60 »

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena

10. LES PRUNES (Cat. 5, 6, 7, 8)

Charles a récolté 117 prunes. Il en met une partie dans trois plats à fruits, un petit, un moyen et un grand.

Le nombre de prunes qu'il a mises dans le plat moyen est le double du nombre de celles qu'il a mises dans le petit plat. Le nombre de prunes qu'il a mises dans le grand plat est le double du nombre de celles qu'il a mises dans le plat moyen.

Après avoir rempli les trois plats, il lui reste des prunes, leur nombre est exactement la moitié du nombre de celles que Charles a mises dans le grand plat.

Combien de prunes Charles a-t-il mises dans chaque plat ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Répartir 117 en quatre nombres proportionnellement à 1, 2, 4 et 2.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les relations « double » et « moitié » sont inverses l'une de l'autre et que « le nombre de prunes du grand plat est le double de celui du plat moyen » signifie aussi que « le nombre de prunes du plat moyen est la moitié de celui du grand » et que par conséquent, le nombre de prunes du reste est le même que celui des prunes dans le plat moyen.
- Chercher 3 nombres, un petit, un moyen, double du petit, et un grand double du moyen, tels qu'en ajoutant un petit, deux moyens et un grand on trouve 117.
- Par essais, à partir du petit plat, écrire les quadruplets possibles : 1, 2, 4, 2 ; 2, 4, 8, 4 ; 3, 6, 12, 6 … et se rendre compte qu'il faut aller jusqu'à 13, 26, 52, 26 pour satisfaire la condition que le total est 117.

Ou bien,

- Comprendre, éventuellement en ayant recours à un schéma, que le nombre total des prunes, 117, peut s'exprimer dans une même unité, le nombre de prunes du petit plat par exemple ce qui donne 1 unité pour le petit, 2 pour le moyen, 4 pour le grand et 2 pour le reste et en déduire que le nombre total d'unités est 9. Calculer ainsi la valeur d'une unité 117 : 9 = 13 dans le petit plat et donc 13 x 2 = 26 dans le plat moyen, et enfin 13 x 4 = 52 dans le grand plat.

Ou bien,

- Comprendre que le nombre total de prunes placées dans les trois plats est un nombre divisible par 7 et plus petit que 117 (112, 105, 98, 91, 84, …). Prenons par exemple 112, on peut obtenir la quantité de prunes dans chaque plat en procédant de la manière suivante : 112 : 7 = 16 (prunes dans le petit plat), 16 x 2 = 32 (prunes dans le plat moyen), 16 x 4 = 64 (prunes dans le grand plat). Cette solution n'est pas acceptable car il reste 5 prunes et (non pas 32) dans le plat moyen. Avec un nombre total dans les plats de 91 prunes, on a : 91 : 7 = 13 (dans le petit plat), 13 x 2 = 26 (dans le plat moyen), 13 x 4 = 52, (dans le grand plat) et 117 – 91 = 26 ; le nombre de prunes en dehors des plats est égal au nombre de prunes dans le plat moyen.

Ou bien,

- Algébriquement : poser et résoudre l'équation dont l'inconnue x est le nombre de prunes dans le petit plat : $x + 2x + 4x + 2x = 117$, d'où $x = 117/9 = 13$.

Attribution des points

4 Réponse exacte et complète (petit plat : 13 prunes; moyen : 26 prunes; grand : 52 prunes) avec explications complètes et claires : soit des essais organisés (et non au hasard), soit la mention de 9 petits plats au total, soit une représentation graphique d'un partage avec les unités bien visibles

3 Réponse exacte et complète avec des explications incomplètes ou peu claires, par exemple : la division 117 : 9 sans expliquer ce que représente le 9, ou des essais au hasard sans faire apparaître explicitement l'unicité de la solution

2 Réponse correcte sans explication
ou procédure correcte mais avec une erreur de calcul au cours de la résolution

1 Début de recherche cohérent, avec quelques essais non aboutis, ou avec seulement l'affirmation que le reste est égal au contenu du plat moyen

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Groupe opérations et proportionnalité, variante de *Les Châtaignes de Charles* (22.II.09).

11. LES PIÈCES DE MONNAIE (Cat. 5, 6, 7, 8)

Julie possède 20 pièces de monnaie : un mélange de pièces de 1 € et de pièces de 2 €.

Si on remplaçait ses pièces de 1 € par des pièces de 2 € et ses pièces de 2 € par des pièces de 1 €, elle aurait 4 € de plus.

Combien Julie a-t-elle d'euros avec ses 20 pièces ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Résoudre un système « élémentaire » de deux équations linéaires à deux inconnues avec des nombres naturels dans un contexte d'échange de pièces de monnaie.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : il y a deux nombres de pièces, de 1 € et de 2 € (qu'il faudra déterminer), dont la somme est 20 et dont la valeur totale n'est pas connue. Si on intervertit les nombres de pièces de chaque type, la valeur totale vaudra 4 € de plus.
- Passer aux relations arithmétiques correspondantes en respectant les contraintes pour trouver chaque fois la valeur totale (multiplications par 1 ou par 2 et additions), puis addition de 4 pour passer de la première à la deuxième somme et finalement vérifier si ces sommes se retrouvent en échangeant les nombres de pièces.
- Si par exemple on choisit un nombre de pièces de 1 €, (7) il faut calculer le nombre de pièces de 2 € par différence du premier et de 20, (20 – 7 = 13) puis calculer la somme dans le premier cas (7 × 1) + (13 × 2) = 33, puis la somme en intervertissant le nombre de pièces (13 × 1) + (7 × 2) = 27, puis comparer les deux sommes et vérifier que la seconde vaut 4 de plus que la première (33 – 27 = 6, à rejeter).

  La solution apparaît avec l'essai de 12 pièces de 1 € et 8 pièces de 2 € (12 × 1) + (8 × 2) = 28 et (8 × 1) + (12 × 2) = 32 = 28 + 4

Il faut encore se rendre compte que d'autres essais sont inutiles et noter la réponse : Julie a 8 × 2 + 12 × 1 = 28 €.

Pour limiter les essais on peut se rendre compte par exemple, au cours des premières tentatives, qu'il doit y avoir plus de pièces de 1 € que de 2 € pour que la somme augmente.

Ou, par un raisonnement qui évite les essais si l'on se rend compte que, chaque fois que l'on remplace une pièce de 1 € par une pièce de 2 € on gagne 1 euro sur la somme totale. On peut alors en déduire que le gain de 4 € sera dû au remplacement de 4 pièces de 1 € par une pièce de 2 €, et qu'il y a 4 pièces de 1 € de plus que de pièces de 2 €. Les 16 autres pièces se répartissent donc en 8 pièces de 1 € et 8 pièces de 2 €, dont l'échange ne modifie pas l'avoir de Julie.

Attribution des points

4 Réponse juste (28 euros) avec une description de la démarche suivie (en cas de procédure par essais organisés, la liste des essais doit faire apparaître qu'il n'était pas nécessaire d'en faire d'autres après pour obtenir une autre solution)

3 Réponse juste (28 euros) avec description de la démarche peu claire ou liste des essais non organisée ne permettant pas de comprendre que la solution est unique,

ou avec une vérification seulement

ou, réponse (12 pièces de 1 € et 8 pièces de 2€) sans le calcul des 28 euros, avec description de la démarche (v. 4)

2 Réponse juste, (28 euros) sans explication

ou réponse (12 pièces de 1 € et 8 pièces de 2€), sans description de la démarche ou avec une vérification seulement

1 Réponse fausse, mais avec quelques essais qui n'ont pas abouti à la solution

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : FC

12. COLLECTION DE CARTES POSTALES (Cat. 6, 7, 8)

Rita et Roberta font la collection de cartes postales. Rita en a 200 et demande à Roberta combien elle en a.

Roberta lui répond :

- J'en ai moins de 200,
- Si je les regroupe deux par deux, ou trois par trois, ou sept par sept, il en reste toujours une toute seule,
- Si je les regroupe cinq par cinq, il n'en reste aucune.

Quel est le nombre de cartes postales dans la collection de Roberta?

Expliquez comment vous avez trouvé la solution.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Chercher tous les nombres inférieurs à 200 divisibles par 5, et dont le reste de la division par 2,3 et 7 soit égal à 1.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre cherché est inférieur à 200
- Comprendre à partir de la dernière phrase que ce nombre est multiple de 5 : lister ces multiples jusqu'à 195. Éliminer le 5 celui-ci ne pouvant former un groupe de sept; éliminer tous les multiples de deux (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190); éliminer tous les multiples de 3 (15, 45, 75, 105, 135, 165, 195); éliminer tous les multiples de 7 (35, 175).
- Restent les nombres: 25 – 55 – 65 – 85– 95 – 115 – 125 – 145 – 155 – 185.
  Parmi ceux-ci, l'unique respectant toutes les conditions est 85. (Cette procédure pouvant être effectuée également en partant de 200.)

Ou

- D'après la deuxième condition, déterminer le plus petit commun multiple de 2, 3, 7 égal à 42, puis ajouter 1:
  42 + 1 = 43 ; (42 x 2) + 1 = 85 ; (42 x 3) + 1 = 127 ; (42 x 4) + 1 = 169
- Vérifier que seul 85 respecte la condition suivante.

Ou

- Confronter les multiples communs de 2, 3, 7: (42, 84, 126, 168) avec les multiples de 5 immédiatement successifs (45, 85, 130, 170).
  Vérifier que seul 85 respecte la deuxième condition

Ou :

- Comprendre que le nombre est un multiple de 5 se terminant par 5, car il n'est pas un multiple de 2.
- Comprendre qu'il faut trouver un multiple de 7, de 3 et de 2, ayant 4 pour chiffre des unités et auquel il faudra ajouter 1.
- Trouver que seul 84 répond à ces exigences et conclure que Roberta possède donc 85 cartes postales.

Attribution des points

4 Réponse correcte (85) avec les détails de la procédure (par exemple: liste des multiples de 2 augmentés de 1 (et/ou de 3 augmentés de 1, et/ou de 7 augmentés de 1) ou encore de 42 augmentés de 1… avec des indications spécifiant que 85 est le seul qui corresponde ou lister les multiples de 5 en expliquant pourquoi 85 convient.

3 Réponse correcte avec explications peu claires (par exemple liste très incomplète).

2 Réponse correcte sans explications
Ou liste correcte, mais réponse erronée sur le choix des nombres.

1 Début de raisonnement correct avec liste incomplète des multiples
Ou réponse « 85 et … » avec un nombre erroné.

0 Incompréhension du problème

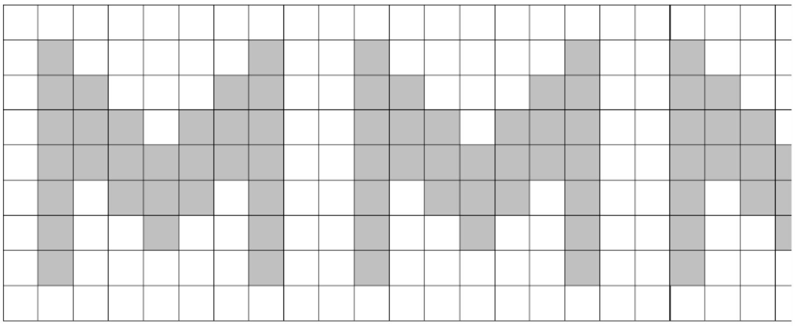
Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Pouilles

13. DÉCORATION DE LA STATION DE MÉTRO (Cat. 6, 7, 8)

On veut décorer la station centrale du métro de Transalpie avec une frise de carreaux blancs et gris de 20 cm de côté ; l'espace à décorer a une longueur de 27 mètres et une hauteur de 180 cm.

Le motif de la frise se répète régulièrement sur toute la longueur de la frise. En voici le début dont on voit deux motifs entiers et une partie du troisième :



Les carreaux blancs coûtent chacun 3 euros, les gris coûtent chacun 5 euros.

Combien coûteront les carreaux pour la frise entière.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Calculer le prix des carreaux d'une frise, constituée d'un motif répété en forme de « M » contenu dans un carré de 9 × 9 carreaux, de deux couleurs, connaissant le prix des carreaux de chaque couleur.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le dessin ne représente que le début de la frise et que celle-ci se poursuit régulièrement par répétition d'un motif.
- Identifier le motif. Soit on s'intéresse au motif « M » seulement, de 7 × 7, sans tenir compte des carreaux blancs, mais dans ce cas ce n'est pas simple de calculer le nombre de modules. Soit on considère le module complet, le « M » et son pourtour de carreaux blancs, de 9 × 9 carreaux, qui occupe un espace de 180 cm dans la longueur de la frise.
- Une fois que le module complet, 9 × 9 carreaux de 180 cm de côté est déterminé, calculer combien de fois il se répète dans toute la longueur de la frise, après avoir effectué les conversions d'unités nécessaires. En cm : 2700 : 180 = 15 ou en m : 27 : 1,8 = 15.
- Le nombre de modules déterminé il faut calculer les nombres de ses carreaux 9 × 9 = 81, compter les gris : 29 et calculer le nombre des blancs 81 – 29 = 52 ; puis calculer le prix des carreaux

  pour les gris 29 × 15 = 435 et 435 × 5 = 2175 (€), pour les blancs 52 × 15 = 780 et 780 × 3 = 2340 (€)

  au total 2175 + 2340 = 4515 (€)

  Il y a évidemment de nombreuses autres manières d'organiser les calculs, par exemple en déterminant le nombre total de carreaux dans la longueur de la frise : 2700 : 20 = 135, puis dans la largeur : 180 : 20 = 9 et au total 135 × 9 = 1215 et les répartir proportionnellement à 29 (gris) et 52 (blancs) d'un motif de 81 carreaux : (1215 :81) × 29 = 435 pour les gris, etc.

Attribution des points

4 Réponse correcte (le coût des carreaux sera de 4515 euros) avec explications complètes : définition du module, nombre de modules, répartition au sein d'un module, nombre de carreaux de chaque couleur, prix, avec les opérations correspondantes

3 Réponse correcte avec explications incomplètes (manque d'une ou deux étapes dans la liste précédente)

ou une seule erreur dans une des nombreuses étapes des calculs conduisant à une réponse fausse mais cohérente, avec des explications complètes

2 Réponse correcte sans explications

ou deux erreurs dans les étapes des calculs, avec explications complètes

1 Réponse erronée qui ne tient pas compte des deux rangs de carreaux blancs à gauche et à droite du motif (c'est à dire 510 carreaux blancs au lieu de 780)

ou, début de raisonnement correct (identification du module, calcul du nombre des carreaux de la frise …) mais sans arriver à la réponse

ou oubli du bord « blanc » consécutif au choix du motif « M » de 7 × 7

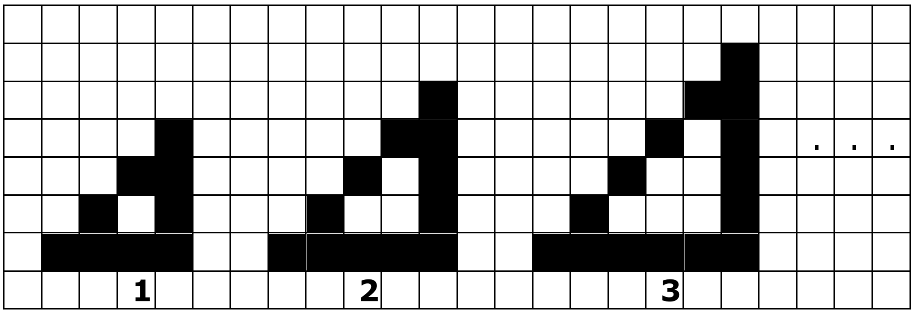
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Siena

14. ESCALIERS (Cat. 7, 8, 9)

Voici les trois premiers dessins d'une suite de figures. Elles sont formées de carrés noirs disposés de façon à former des « escaliers » qui grandissent régulièrement d'une figure à la suivante.



Dans cette suite, quel sera le numéro attribué à la figure constituée de 210 carrés noirs ?

Expliquez comment avez-vous trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Trouver le rang du terme 210 dans la progression arithmétique de premier terme 9 et de raison 3 : 9, 12, 15,… Les trois premiers termes sont définis par le nombre de carrés noirs figurant dans une succession de trois figures formant des "escaliers".

Analyse de la tâche

- Observer les figures et compter les carrés noirs : 9, 12, 15.
- Remarquer que d'une figure à l'autre, on ajoute 3 carrés noirs et dessiner une quatrième figure (ou plus) pour le vérifier : 9, 12, 15, 18.
- Écrire la suite des nombres de carrés noirs par escalier (progression arithmétique de raison 3) : 9, 12, 15, 18, 21, 24, … et constater qu'il s'agit des multiples de 3, sauf 3 et 6. Calculer 210 – 9 = 201, puis 201/3 = 67 et 67 + 1 = 68.
- Poursuivre l'écriture jusqu'à 210 et compter les termes de la suite : de 1 à 68, ou calculer le nombre des multiples de 3 jusqu'à 210 : 210 / 3 = 70, ne pas compter le 3 et le 6, trouver ainsi 68 termes pour la suite, ou faire des "sauts" de 30 par exemple : 9, 39, 69, …189, ou des sauts de 30 à partir de 30 : 30, 60, … 210 et compter les sauts.

Ou bien, noter n le numéro d'une figure et associer à n le nombre de carrés noirs de la figure de rang n. Constater que ce nombre s'écrit $9 + 3(n–1)$, soit $3n + 6$, et calculer le rang correspondant à 210 carrés noirs en résolvant l'équation $3n + 6 = 210$. Obtenir $n = 68$.

Ou bien, observer que si n est le numéro d'une figure, il y a $n + 3$ carrés noirs sur le côté horizontal de cette figure et $n + 2$ sur le côté vertical et enfin $n + 1$ sur le côté oblique, soit entout $3n + 6$. En déduire que $n = 68$ en calculant $(210 − 6) / 3$.

Ou bien, utiliser une autre procédure algébrique conduisant à la même formule : si n est le numéro d'une figure de la suite, on peut observer que cette figure a un nombre de carrés noirs égal à $2 (n + 3) + n$, ce qui donne $3n + 6$ et en résolvant l'équation $3n + 6 = 210$ on obtient $n = 68$.

Attribution des points

4 Réponse correcte (68) avec une explication claire de la stratégie utilisée (par exemple, en indiquant les trois carrés à ajouter d'une figure à l'autre)

3 Réponse correcte (68) avec une explication incomplète de la stratégie utilisée

2 Réponse erronée due à une erreur de comptage ou de calcul dans la détermination de 210, mais avec des explications claires

ou bien réponse correcte sans explication

1 Début de recherche cohérente (par exemple, la progression arithmétique de raison 3 est donnée, mais de 2 à 5 erreurs ou des figures ignorées dans la suite)

0 Incompréhension du problème

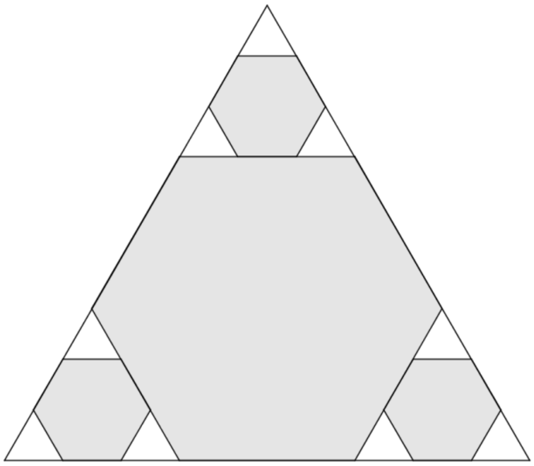
Niveaux : 7, 8, 9

Origine : Siena

15. LE PLATEAU TRIANGULAIRE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Un plateau en bois a la forme d'un triangle équilatéral.

Sa surface est composée de parties en bois sombre et de parties en bois clair. Les parties en bois sombre sont des hexagones réguliers et les parties en bois clair sont des triangles, comme le montre la figure.



Joseph s'est amusé à calculer l'aire du grand hexagone qui vaut 4158 cm^2 et il voudrait maintenant calculer l'aire des petits hexagones.

Quelle est, en cm^2, l'aire totale des trois petits hexagones ?

Expliquez comment vous l'avez trouvée.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Déterminer l'aire de trois petits hexagones réguliers superposables, connaissant l'aire d'un hexagone régulier dont la longueur des côtés est le triple de celle des côtés des petits hexagones. Tous les hexagones sont inscrits dans un triangle équilatéral.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que les trois petits triangles ayant un côté commun avec un côté de l'hexagone sont équilatéraux et égaux (par exemple, observer que chacun d'eux a trois angles égaux : les côtés de l'hexagone régulier sont parallèles aux côtés du grand triangle, et par conséquent les angles d'un petit triangle sont égaux à ceux du grand triangle équilatéral ; on peut aussi les considérer comme supplémentaires aux angles des hexagones réguliers qui valent 120° chacun).
- La longueur des côtés du grand hexagone est donc le tiers de celle des côtés du grand triangle.
- Le grand triangle peut être divisé en 9 triangles équilatéraux égaux (6 formés à partir du centre de l'hexagone et 3 dans la partie restante).
- Connaissant l'aire de l'hexagone, il est donc possible de calculer l'aire d'un de ces triangles : 4158 : 6 = 693 cm^2.
- De même, chacun de ces triangles peut être divisé en 9 petits triangles dont 6 inclus dans un petit hexagone : 693 : 9 = 77 cm^2.
- L'aire d'un petit hexagone est donc 77 × 6 = 462 cm^2. L'aire totale des trois petits hexagones mesure donc : 462 × 3 = 1386 cm^2.

Ou bien,

- observer que chacun des 9 triangles peut être considéré comme composé de 9 petits triangles égaux entre eux. Ainsi, l'hexagone est formé de 54 triangles d'aire 4158 : 54 = 77 cm^2. Un petit hexagone a donc une aire de 77 × 6 = 462 cm^2. L'aire totale des trois petits hexagones vaut donc 462 × 3 = 1386 cm^2.

Ou bien,

- se rendre compte que l'on peut placer 7 hexagones dans le grand et qu'il reste 12 petits triangles équilatéraux qui forment 2 hexagones de plus. L'aire du grand hexagone est donc égale à celle de 9 petits, ce qui implique qu'un petit hexagone a une aire de 462 cm² (4158/9). Il reste à multiplier ce nombre par 3 pour obtenir la réponse.

Ou bien,

- considérer que la longueur des côtés des petits hexagones est le tiers de celle des côtés du grand hexagone, l'aire d'un petit hexagone est donc égale à $(1/3)^2 = 1/9$ de l'aire de ce grand hexagone, soit 1/9 de 4158, donc 462 cm^2. Les trois petits hexagones auront donc une aire totale mesurant $462 \times 3 = 1386$ cm^2.

Ou bien,

- Il est possible trouver le résultat exact (1386 cm2) à partir de la formule de l'aire de l'hexagone faisant intervenir des radicaux qui peuvent conduire à des valeurs approchées (par ex. 1385 cm2) s'ils sont remplacés par des approximations décimales.

Attribution des points

4 Réponse correcte (1386 cm^2) avec des explications claires et complètes de la procédure suivie

3 Réponse correcte avec des explications partielles (par exemple, on ne précise pas que les triangles sont équilatéraux et égaux)

ou réponse 1385 cm^2 en raison de l'approximation dans les calculs, avec des explications claires et complètes de la procédure suivie

ou réponse 462 cm^2 (calcul de l'aire d'un seul petit hexagone) avec des explications claires et complètes

2 Procédure correcte avec des erreurs de calcul mais avec des explications claires et complètes

ou bien, réponse 461 cm^2 (aire d'un seul hexagone petit) en raison d'approximations dans les calculs, avec des explications claires et complètes

ou réponse correcte sans explication

1 Début de recherche cohérente (par exemple, division de l'hexagone en 6 triangles équilatéraux égaux et calcul de leur aire)

ou réponse obtenue en utilisant des mesures pour trouver que le côté du grand hexagone est le tiers du côté du grand triangle

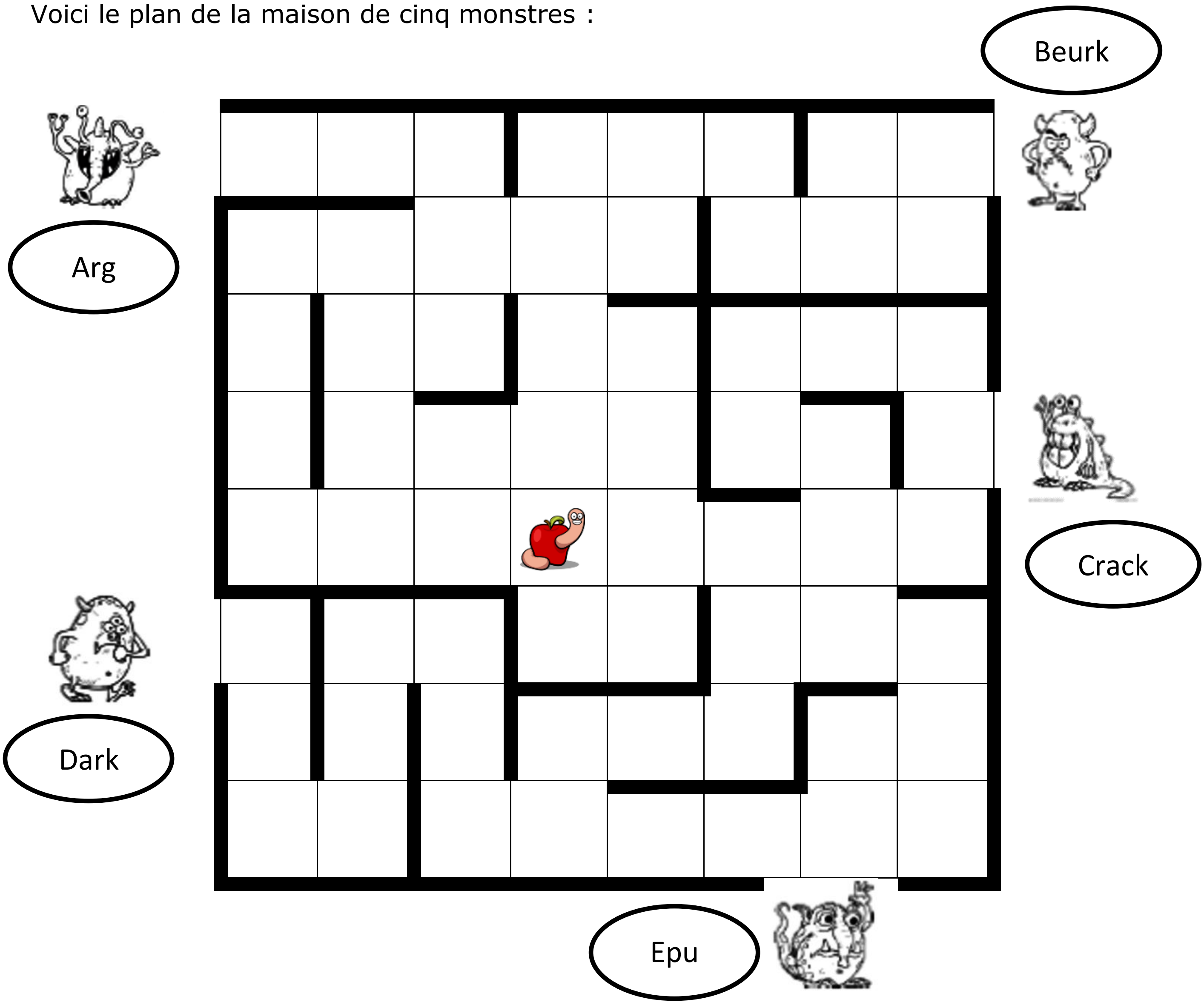
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Puglia

16. LA COURSE DES MONSTRES (Cat. 8, 9, 10)

Voici le plan de la maison de cinq monstres :



Ces cinq monstres veulent manger la pomme.
Seul le premier à l’attraper pourra la dévorer.
Ils partent en même temps de là où ils sont.
Les monstres passent d’une case à l’autre par un côté, sans traverser les murs (les lignes épaisses) et prennent toujours le chemin le plus court.
Chacun d’eux court toujours à vitesse constante.

- Epu parcourt 3 carreaux quand Crack en parcourt 2.
- Beurk parcourt 3 carreaux quand Dark en parcourt 4.
- Arg parcourt 2 carreaux quand Beurk en parcourt 3.
- Dark parcourt 4 carreaux pendant que Crack en parcourt 1.

Quel monstre mangera la pomme ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE *A PRIORI*

Tâche mathématique

Parmi des concurrents se déplaçant dans un labyrinthe organisé sur un quadrillage et partant de positions différentes en direction d’un même but, trouver le gagnant à partir d’informations relatives à des rapports de vitesses entre les concurrents.

Analyse de la tâche

Les conditions liées à la vitesse de chaque monstre sont numérotées de 1 à 4.

- Comprendre que les distances ont pour unité de mesure une case du quadrillage.
- Remarquer que les distances à parcourir par les monstres pour atteindre la pomme sont différentes.
- Comprendre qu'il faut tenir compte à la fois de la vitesse et de la distance pour résoudre ce problème : Ce n'est pas forcément ni le plus rapide ni le plus proche qui attrape la pomme.
- Repérer le chemin le plus court pour chaque monstre et relever la distance à parcourir en nombre de carreaux :

	Arg	Beurk	Crack	Dark	Epu
Nombre de carreaux à parcourir	8	11	6	17	9

- Comparer les parcours des monstres 2 à 2 dans le labyrinthe en s'appuyant sur chaque condition :
  - soit en utilisant un raisonnement numérique. Par exemple, en utilisant la condition 2 il faut plus de 3 bonds et moins de 4 bonds de 3 carreaux à Beurk pour atteindre la pomme, alors qu'il faut plus de 4 bonds de 4 carreaux à Dark. Beurk arrivera donc avant Dark ;
  - soit en déplaçant des pions sur les parcours. Par exemple, à chaque fois qu'on avance le pion sur le parcours de Beurk de 3 carreaux, on avance le pion sur le parcours de Dark de 4 carreaux. Constater que le pion de Beurk atteint ou dépasse la pomme avant celui de Dark.

  On trouve :
  D'après la condition 2, Beurk arrive avant Dark.
  D'après la condition 4, Dark arrive avant Crack, donc d'après la première déduction faite Beurk arrive avant Crack.
  D'après la condition 1, on constate qu'Epu et Crack arrivent en même temps donc Beurk arrive avant Epu.
  D'après la condition 3, Beurk arrive avant Arg : un moment dans leur parcours ils se retrouvent tous les deux sur le même carreau ; à ce moment il reste 2 carreaux à chacun pour arriver à la pomme mais comme Beurk court plus vite que Arg (d'après la condition 3) alors Beurk arrive avant lui.
  Finalement Beurk arrive avant tous les autres monstres. C'est lui qui mangera la pomme.

Attribution des points

4 Réponse correcte (Beurk) avec une explication claire et complète de la procédure (description de la procédure et des déductions faites qui permettent de conclure)

3 Réponse correcte (Beurk) avec une explication incomplète (absence d'une ou deux déductions)

2 Réponse correcte sans explications

ou réponse incorrecte, mais avec une procédure cohérente (par exemple prise en compte des distances et des vitesses mais non prise en compte du chemin le plus court pour au moins l'un des monstres ou erreur sur la longueur d'un parcours ou erreurs de calcul)

1 Début de recherche (repérage des distances les plus courtes pour chaque monstre ou début de rangement des monstres selon leur vitesse)

0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Lyon