

## 1. LES HIRONDELLES (Cat 3)

Quand Laurent se réveille il voit que des hirondelles sont posées sur un fil électrique devant sa maison.

Il ouvre la fenêtre de sa chambre, 17 hirondelles s'envolent.

Un peu plus tard, 12 hirondelles viennent rejoindre celles qui sont restées sur le fil.

Placé derrière sa fenêtre, Laurent compte les hirondelles qui sont maintenant posées sur le fil électrique. Il y en a 36.

**Combien y avait-il d'hirondelles sur le fil avant que Laurent ouvre la fenêtre ?**

**Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.**

---

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Trouver l'état initial dans une situation où l'état final (36) résulte d'une diminution (-17) suivie d'une augmentation (+12).

#### Analyse de la tâche

- Reconnaître l'ordre chronologique et les variations entre les états successifs d'une grandeur. Etat initial : ouverture de la fenêtre avec un nombre inconnu d'hirondelles - départ de 17 hirondelles (première variation) et état intermédiaire plus petit que l'état initial - arrivée de 12 hirondelles (deuxième variation) et état final, de 36, plus grand que l'état intermédiaire. Identifier l'inconnue : l'état initial.
- Traduire les variations par les opérations adaptées et effectuer les calculs correspondants ou opérer sur des dessins ou des objets en recourant au comptage :  
soit dans l'ordre chronologique, par essais successifs avec une hypothèse de départ (par exemple  $20 - 17 + 12 = 15$ , « trop petit », ... pour aboutir à  $41 - 17 + 12 = 36$ ),  
soit en remontant dans le temps à partir de 36 en étant bien conscient qu'il s'agit d'utiliser les opérations réciproques des précédentes :  $36 - 12 + 17 = 41$ .  
On peut aussi faire le bilan des deux variations : « diminution de 5 ( $17 - 12$ ) par rapport à l'état initial ».

#### Attribution des points

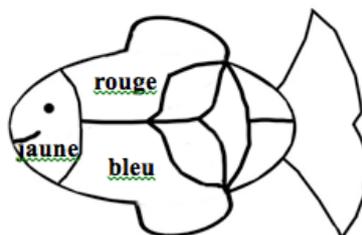
- 4 Réponse correcte (41 hirondelles) avec une explication claire de la procédure suivie (par exemple, la séquence de calculs, schémas, dessins du genre bande dessinée ...)
- 3 Réponse correcte (41 hirondelles) avec explications peu claires ou incomplètes (par exemple un des passages d'un état à un autre non décrit dans la succession)  
ou tentatives menées correctement et bien expliquées, mais avec une seule erreur de calcul
- 2 Réponse correcte sans explications
- 1 Début de recherche cohérente : une ou deux tentatives infructueuses ou début de raisonnement correct (par exemple calcul de  $24 = 36 - 12$  comme état intermédiaire)  
ou réponse 31 avec bilan des deux variations 5, mais  $36 - 5$  au lieu de  $36 + 5$ )
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 3

Origine : Udine

**2. POISSON TRICOLORE** (Cat. 3, 4)

On a commencé à colorier les trois premières zones de ce poisson en partant de la tête, en jaune, rouge et bleu comme le montre ce modèle :



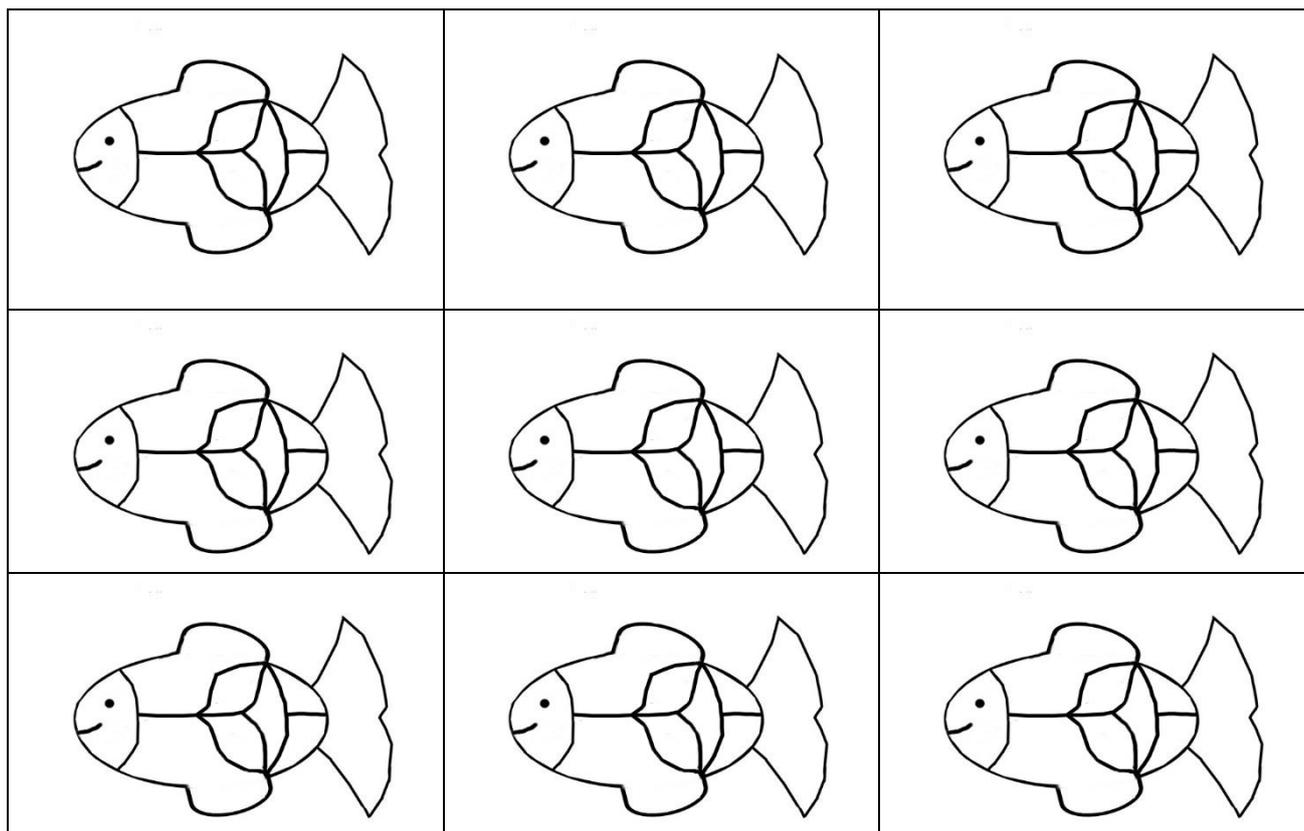
Il faut maintenant colorier les six autres zones en respectant les règles suivantes :

- chaque zone doit être d'une même couleur, jaune, rouge ou bleue ;
- deux zones voisines (qui ont un bord en commun) ne doivent jamais être de la même couleur.

**Trouvez toutes les façons différentes de colorier ces six zones du poisson.**

**Utilisez les dessins ci-dessous en colorant seulement ceux dont vous avez besoin.**

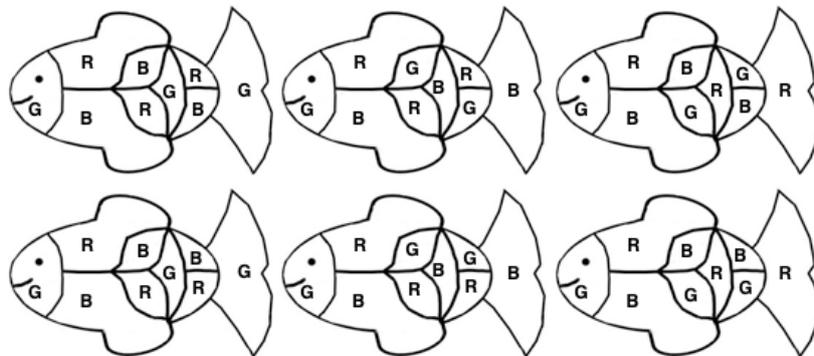
*(Souvenez-vous que les trois premières zones doivent être coloriées comme indiqué sur le modèle.)*

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

- Trouver toutes les possibilités pour compléter le coloriage du dessin d'un poisson subdivisé en 9 régions, dont 3 déjà coloriées, en employant 3 couleurs différentes, de sorte que des régions limitrophes n'aient pas la même couleur.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que le coloriage des poissons est déterminé par les trois régions déjà coloriées et les règles données : il y a trois couleurs ; deux régions limitrophes ne peuvent pas être de la même couleur ;
- Comprendre qu'il faut déterminer le nombre de façons différentes de colorier les poissons en respectant les règles données.
- Procéder systématiquement. On peut suivre plusieurs pistes. Une organisation possible est, par exemple, en notant les trois couleurs avec les lettres J, R, B : après avoir colorié les trois premières régions comme indiqué, il y a trois possibilités de colorier les deux régions limitrophes : B et R, ou J et R, ou B et J.  
 Dans le premier cas, la région centrale du corps du poisson doit être J comme celle de la queue, et on aura encore deux possibilités pour les deux régions restantes, c'est-à-dire B et R ou bien R et B.  
 Dans le second cas, la région centrale du poisson doit être B comme celle de la queue et les deux régions restantes pourront être coloriées avec J et R ou bien avec R et J.  
 Dans le troisième cas, enfin, la région centrale du poisson doit être R comme celle de la queue, et les deux régions restantes pourront être coloriées avec B et J ou bien avec J et B.
- Conclure qu'il y a 6 possibilités différentes pour colorier les poissons en respectant les règles.



(G : giallo,

remplace J jaune)

- Ou bien, colorier les poissons sans raisonnement préalable, mais dans ce cas le risque est d'oublier quelques combinaisons ou d'avoir des doubles.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte : les 6 poissons coloriés, sans oubli ni répétitions
- 3 Coloriages qui respectent les règles avec une seule répétition (7 poissons) ou avec un oubli (5 poissons)
- 2 Coloriages qui respectent les règles avec deux erreurs : 8 poissons avec deux répétition, 6 poissons avec une répétition et un oubli, 4 poissons avec deux oublis
- 1 Coloriages qui respectent les règles avec trois oublis ou répétitions ou présence de coloriages incorrects ne respectant pas la contrainte des trois couleurs ou avec deux zones contiguës de même couleur ou des trois zones déjà coloriées
- 0 Incompréhension du problème ou seulement un ou deux coloriages corrects

**Niveaux :** 3, 4

**Origine :** Siena

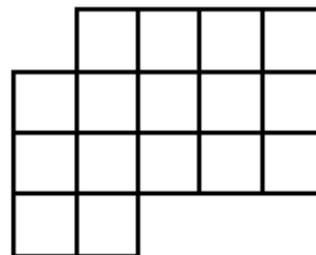
**3. LE PAPIER DE FRANÇOIS** (Cat. 3, 4)

François a trouvé ce morceau de papier quadrillé.

Il veut le découper en trois pièces.

Il décide que :

- les trois pièces doivent être pareilles, elles doivent toutes avoir la même forme,
- chaque pièce doit être faite de plusieurs carrés entiers.



**Dessinez les trois pièces sur le morceau de papier quadrillé et coloriez chaque pièce avec une couleur différente.**

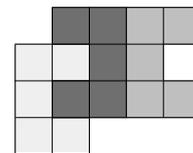
**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Partager une surface quadrillée en trois figures isométriques qui sont des assemblages de carrés.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la totalité de la surface doit être découpée en trois pièces, que le contour de chaque pièce doit suivre des lignes du quadrillage, que les trois pièces doivent être superposables mais qu'elles ne sont pas nécessairement orientées de la même façon.
- Procéder par essais inorganisés : dessiner une première pièce et chercher à dessiner sur la surface restante deux pièces identiques ; procédure qui a peu de chance d'aboutir.
- Dénombrer les carrés contenus dans la surface (15) et en déduire que chaque pièce doit être faite de 5 carrés.  
Procéder par essais successifs en ajustant la forme des pièces : dessin d'une première pièce faite de 5 carrés choisie de façon aléatoire ou découpe de 3 pièces identiques, constater qu'elle ne permet pas de paver la surface, adapter progressivement l'agencement des 5 carrés compte tenu des contraintes géométriques perçues. Cette procédure n'est pas certaine d'aboutir.
- Rechercher différentes façons d'assembler 5 carrés et pour chaque forme trouvée, essayer de paver la surface avec 3 pièces identiques découpées ou dessinées sur la surface.  
Arrêter la recherche quand un pavage a été trouvé.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (les trois pièces dessinées et coloriées) et une explication de la manière dont la recherche s'est faite (on a essayé des formes, on a vu que chaque pièce devait avoir 5 carrés et on a essayé des formes faites de 5 carrés, dessins de plusieurs tentatives successives, ...). L'explication de l'unicité de la réponse n'est pas demandée
- 3 Réponse correcte (les trois pièces dessinées et coloriées), sans explication
- 2 Début de raisonnement correct : pavage avec trois pièces, chacune de cinq carrés, mais seulement deux sont identiques
- 1 Présentation d'une recherche montrant que chacune des trois pièces doit contenir 5 carrés
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 3, 4

**Origine :** D'après Rallye Mathématique romand 02.2.09

**4. CODE SECRET** (Cat. 3, 4, 5)

Oncle Picsou a choisi un code pour son coffre-fort.

Afin d'être sûr de pouvoir retrouver son code, il a noté les informations suivantes dans son calepin :

« Mon code est un nombre composé de trois chiffres différents.

Aucun des cinq codes ci-dessous n'est correct, mais les phrases écrites à côté de ces codes sont vraies :

- 134 : un seul chiffre est correct et bien placé
- 734 : aucun chiffre n'est correct
- 625 : aucun chiffre n'est correct
- 952 : un seul chiffre est correct et mal placé
- 786 : un seul chiffre est correct et mal placé. »

**Quel est le code choisi par oncle Picsou ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver un nombre de trois chiffres à partir de cinq suggestions indiquant les chiffres « corrects » et/ou « bien placés » (Jeu du Mastermind)

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que le code comporte 3 chiffres différents, choisis dans l'ensemble dix chiffres qui doivent être disposés au bon endroit dans le code.
- Parmi les stratégies possibles, la plus simple est d'éliminer les chiffres qui, d'après les 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> informations, ne doivent pas être pris en compte c'est-à-dire éliminer les chiffres 2, 3, 4, 5, 6 et 7 des cinq codes proposés.
- Noter alors qu'il ne reste que le 1 dans le premier code, correct et bien placé, et qu'on a ainsi le chiffre des centaines.
- Noter ensuite qu'il ne reste que le 9 dans le quatrième code, correct mais mal placé qui peut être le chiffre des dizaines ou des unités.
- Noter finalement qu'il ne reste que le 8 dans le cinquième code, qui est correct mais mal placé à la place des dizaines et qui doit être le chiffre des unités puisque celui des centaines est déjà déterminé, le 1.
- Conclure que le 9 doit occuper la place encore libre du chiffre des dizaines et que le code secret est 198.

Ou, procéder en partie par déduction et par essais de nombre de 3 chiffres en les confrontant aux informations données.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (198) avec des explications qui montrent clairement les étapes suivies, comme, par exemple on a pu éliminer certains chiffres et par conséquent déterminer la place de ceux qui restent (en se référant aux informations qui ont pu permettre ces déductions)
- 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes (par exemple, mentionner seulement les chiffres à éliminer ou seulement la place des bons chiffres ...) ou imprécises
- 2 Réponse partiellement correcte avec deux chiffres trouvés sur la base de raisonnements corrects
- 1 Début de recherche correcte, par exemple élimination expliquée des chiffres 7, 3, 4 ou 6, 2, 5
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 3, 4, 5

**Origine :** Luxembourg

**5. PUCE SAVANTE** (Cat. 3, 4, 5)

Une puce savante se déplace régulièrement sur son ruban de nombres.

La figure ci-dessous représente le début du ruban de nombres de la puce savante :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

La puce part de la case 0, fait un saut en avant de 9 cases (elle se retrouve donc sur la case 9) puis un saut en arrière de 5 cases (elle se trouve sur la case 4), puis elle fait à nouveau un saut en avant de 9 cases, puis un saut en arrière de 5 cases, et ainsi de suite.

Elle s'arrête de sauter lorsqu'elle a atteint ou dépassé la case 100.

**Combien de sauts la puce a-t-elle fait pour atteindre ou dépasser la case 100 ?**

**Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver le nombre de séquences de deux opérations, une addition de 9 suivie d'une soustraction de 5, permettant d'atteindre 101 en partant de 0.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les règles de déplacement de la puce : un saut de 9 cases à partir de 0 lui permet d'atteindre la case 9, puis un saut de 5 cases en arrière la fait revenir à la case 4, puis au saut suivant la puce atteint la case 13, ...
- Au moyen de manipulations et déplacements effectifs, dessiner le ruban jusqu'à 100 et y suivre les déplacements de la puce ou les marquer et compter les sauts.

Ou, par l'écriture de tous les nombres des cases successives sur lesquelles la puce est passée : 0 ; 9 ; 4 ; 13 ; 8 ; 17 ; 12 ; 21 ; 16 ; 25 ; ... 80 ; 89 ; 84 ; 93 ; 88 ; 97 ; 92 ; 101 et par comptage, constater que 101 correspond au 24<sup>e</sup> saut de 9 en avant ou au 47<sup>e</sup> saut au total (23 sauts en arrière et 24 en avant).

Ou : par déductions et/ou des opérations arithmétiques à partir des nombres des premières cases, observer que les nombres de rang impair de la suite précédente 9 ; 13 ; 17 ; 21 ; ... sont en progression de raison 4 à partir de 9 ou que les nombres de rang pair : 0 ; 4 ; 8 ; 12 ; 16 ; ... sont les multiples de 4. On peut en déduire par exemple que les nombres 80, 84, 88, 92, 96, 100 seront les 20<sup>e</sup>, 21<sup>e</sup>, 22<sup>e</sup>, 23<sup>e</sup>, 24<sup>e</sup> et 25<sup>e</sup> multiples de 4, et que si on leur ajoute 9, on arrivera pour la première fois à 100 et plus (on arrive à 101) dès 92, qui est le 23<sup>e</sup> multiple de 4. En déduire que le saut suivant sera le 24<sup>e</sup> saut, de 9 en avant et le 47<sup>e</sup> saut au total (23 + 24 = 47).

**Attribution des points**

- 4 La réponse correcte : 47 sauts avec le détail de la procédure (dessin complet du ruban avec des marques de passages ou avec la liste des nombres des passages jusqu'à 101, ou opérations effectuées et comptages)
- 3 La réponse correcte : 47 sauts avec une procédure non détaillée ou incomplète (« on a compté les sauts sur la bande » ou début de liste des nombres de passages,...)
  - ou procédure détaillée, mais avec une erreur dans le comptage conduisant à 46 ou 48 sauts
- 2 La réponse correcte : 47 sauts sans explication,
  - ou 24 sauts de 9 en avant, avec des détails
  - ou erreur « 50 sauts » sauts en mentionnant explicitement que, après avoir atteint 101 au 47<sup>e</sup> saut, il faut encore passer par 96, 105 pour arriver exactement sur 100 au 50<sup>e</sup> saut (ayant seulement confondu « atteindre » la case 100 avec « atteindre ou dépasser »)
- 1 Erreur : 50 sauts, due à une simple division de 100 par 4 pour déterminer le nombre de périodes, sans tenir compte du « décalage » des sauts vers l'avant et sans détailler le parcours
  - ou erreur « 25 sauts » en avant en donnant les détails des sauts qui arrivent exactement sur la case 100.
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 3, 4, 5

**Origine : lg et fj**

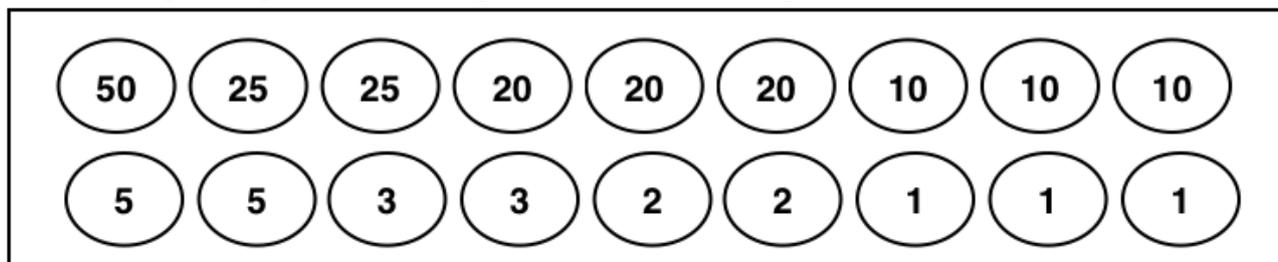
**6. LA PÊCHE AUX CANARDS** (Cat. 4, 5, 6)

À la fête foraine, Paul, Nina et Camille jouent à « la pêche aux canards ».

Dans un bassin flottent des canards en plastique et sur chaque canard est inscrit un nombre de points. Chaque enfant a pêché 6 canards et a obtenu en tout 71 points.

- Paul avec ses deux premiers canards a obtenu 22 points au total ;
- Nina avec son premier canard a obtenu 3 points.

Les canards pêchés par les 3 enfants portent ces nombres de points :



**Lequel des trois enfants a-t-il pêché le canard qui vaut 50 points ?**

**Expliquez votre raisonnement et indiquez les points des six canards pêchés par chaque enfant.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Étant donnés 18 nombres (une fois 50 ; deux fois 25, 5, 3 et 2 ; trois fois 20, 10 et 1), les partager en trois ensembles de 6 nombres chacun de somme 71, sachant que dans un des ensembles il y a deux nombres dont la somme est 22 et dans un autre il y a au moins un 3.

**Analyse de la tâche**

- Il y a plusieurs possibilités pour organiser la recherche : en commençant par les informations sur les pêches de Paul et Nina ou bien en essayant de décomposer 71 en sommes de trois termes différents.
- Par exemple, se rendre compte que Paul, en ayant obtenu un total de 22 points pour ses deux premières pêches (20 + 2), doit avoir fait un total de 49 (71–22) avec les quatre autres canards pêchés et qu'il y a une unique possibilité pour obtenir un tel total avec les nombres donnés : 25 + 20 + 3 + 1.
- Éliminer les points 20 – 2 – 25 – 20 – 3 – 1 déjà attribués à Paul et le 3 pêché par Nina. Considérer que pour Nina il y a 68 (71–3) points à réaliser avec 5 pêches. Se rendre compte qu'avec les nombres qui restent, il y a une unique façon d'obtenir 68 comme somme de cinq termes : 50 + 10 + 5 + 2 + 1.  
Donc les points pour Nina sont : 3 – 50 – 10 – 5 – 2 – 1. Nina a donc pêché le canard à 50 points.
- Vérifier enfin que les nombres restants 25 – 20 – 10 – 10 – 5 – 1, les points de Camille, donnent la somme 71.

Ou bien, en cherchant à décomposer 71, procéder par des essais organisés jusqu'à trouver les trois ensembles de nombres compatibles avec les données (deux nombres de somme 22 dans un ensemble et au moins un nombre 3 dans un autre ensemble). Déterminer alors la correspondance entre les trois ensembles de points et les trois enfants.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (« Nina » avec les trois ensembles de points, Nina : 3 – 50 – 10 – 5 – 2 – 1 ; Paul : 20 – 2 – 25 – 20 – 3 – 1 ; Camille : 25 – 20 – 10 – 10 – 5 – 1), avec des explication claires
- 3 Réponse correcte, mais avec des explications peu claires  
ou bien, détermination des scores de Paul, Nina et Camille avec des explications, mais sans la réponse « Nina »  
ou bien, réponse « Nina » et détermination des points de Paul et de Nina, sans expliciter et vérifier ceux de Camille
- 2 Procédure cohérente, mais avec une erreur de calcul  
ou bien réponse correcte, mais sans explication
- 1 Début de recherche organisée
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 4, 5, 6

**Origine :** Rozzano

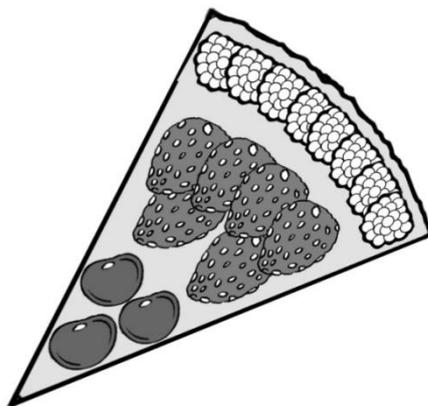
## 7. LA TARTE AUX FRUITS (Cat. 4, 5, 6, 7)

Pauline a invité ses amis pour fêter son anniversaire.

Son papa a confectionné une excellente tarte aux fruits et, pour contenter tout le monde, il l'a découpée en parts de mêmes dimensions et avec le même nombre de fruits sur chaque part de tarte.

La fête est finie, Pauline constate qu'il reste une seule part de tarte. Sur cette part elle compte 17 fruits et elle s'exclame: « Tu as vraiment utilisé beaucoup de fruits pour faire la tarte, papa ! »

Ce dessin représente la part de tarte posée sur la table, vue du dessus :



**Combien de fruits le papa de Pauline a-t-il utilisés en tout pour décorer la tarte entière ?  
Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Déterminer le nombre de secteurs circulaires superposables en lesquels un disque a été partagé, à partir du dessin d'un des secteurs (dont l'angle mesure  $40^\circ$ ), pour trouver le nombre total d'objets disposés sur le disque, sachant que sur chaque secteur il y en a 17.

#### Analyse de la tâche

- Se représenter la tarte et comprendre qu'elle a été partagée en parts égales, de la même forme, de mêmes dimensions, avec le même nombre de fruits. Comprendre que les parts étant l'une à côté de l'autre, deux parts voisines ont un « côté » en commun.
- Comprendre que pour trouver le nombre total de fruits utilisés, il faut reconstituer la tarte entière, de manière à connaître le nombre de parts en lesquelles la tarte a été découpée.

Pour reconstruire la tarte, on peut procéder de différentes manières.

- Découper une part égale à celle qui est dessinée (à partir d'une autre copie de l'énoncé ou en utilisant une feuille de papier calque), la poser à côté de la part donnée, en marquer le contour et continuer de même à reporter cette part sur le dessin de proche en proche, jusqu'à compléter toute la tarte. Compter le nombre des parts ainsi dessinées (9).

Ou bien, à partir du dessin d'une part, dessiner une autre part égale en pliant la feuille le long d'un côté de la première part et en traçant l'autre côté par transparence et continuer ainsi de suite.

Ou bien, tracer un cercle ayant pour centre la « pointe » de la part de tarte et pour rayon le « côté » de cette part, reporter l'arc ou la corde ou l'angle au centre, compter le nombre d'arcs, de cordes ou de secteurs angulaires.

Ou bien, mesurer au rapporteur l'angle de la part de tarte ( $40^\circ$ ) et déterminer le nombre de parts en calculant  $360 : 40 = 9$ .

Il est aussi possible de dessiner les parts de tarte « à l'oeil », mais cette procédure a peu de chances de

donner le nombre exact de parts.

- Multiplier le nombre de fruits d'une part par le nombre de parts :  $17 \times 9 = 153$ .

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (153 fruits) avec des explications claires du raisonnement suivi pour déterminer le nombre de parts (dessin ou calcul), avec le comptage ou le calcul du nombre de fruits
- 3 Réponse erronée pour le nombre de fruits due à une erreur de calcul, mais détermination exacte du nombre de parts avec des explications claires  
ou bien réponse qui sépare les nombres des fruits (27 cerises, 54 fraises et 72 framboises), mais détermination correcte du nombre de parts avec des explications claires
- 2 Réponse correcte avec seulement le calcul du nombre de fruits  
ou détermination correcte du nombre de parts avec des explications, mais sans le nombre de fruits  
ou réponse « 136 fruits » ou « 170 fruits » correspondant respectivement à 8 ou à 10 parts, suite à un dessin imprécis
- 1 Réponse : « 136 fruits » ou « 170 fruits » sans dessin ni explication  
ou réponse : « 9 parts » mais sans conclusion  
ou début d'un dessin des parts manquantes par une des procédures indiquées, autre que « à vue », et qui montre la compréhension du problème
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 4, 5, 6, 7

**Origine :** Bourg-en-Bresse (cf. aussi 09.I.06, *Tarte Tatin*)

**8. LE RUBAN** (Cat. 5, 6)

Anne-Lise coupe un ruban de 140 cm de longueur en quatre parties pour emballer des cadeaux.

- La première et la deuxième partie sont de même longueur,
- la troisième partie mesure 15 cm de plus que la deuxième,
- la quatrième partie mesure 10 cm de plus que la troisième.

**Quelle est la longueur de chaque partie du ruban découpé ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Décomposer 140 en une somme de quatre termes dont deux sont égaux, un troisième vaut 15 de plus que les premiers et le quatrième 10 de plus que le troisième.

**Analyse de la tâche**

- Trier les informations de l'énoncé et retenir celles qui seront utiles pour répondre à la question : les relations entre les quatre parties et la longueur totale.
- Se rendre compte qu'il s'agit de compléter une addition dont seule la somme est connue (140), dont les quatre termes ne sont pas encore déterminés mais dont on connaît des relations entre certains d'entre eux.
- Imaginer les quatre nombres : deux égaux, l'un qui vaut 15 de plus et l'un qui vaut encore 10 de plus que le troisième ou 25 de plus que les deux premiers et chercher une manière de les déterminer. Par exemple :  
par essais, au hasard ou organisés ou en décomposant 140 en quatre nombres égaux et les compléments de 15 et 25 (ou 15 et 15 + 10 ou 40), pour déduire, par soustraction, que la somme des quatre nombres égaux est 100 puis, par division, que chacun d'eux est 25 ; puis calculer les autres nombres, (25, 25, 40 et 50), vérifier que leur somme est 140 et rédiger les explications, ou encore par une représentation graphique de quatre segments égaux et de leurs compléments de 15 et 25. Etc.
- Déterminer ainsi les quatre longueurs: 25, 25, 40 et 50, en cm.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte et complète (25 cm, 25 cm, 40 cm, 50 cm) avec explications précises et complètes mentionnant explicitement toutes les données
- 3 Réponse correcte et complète mais avec explications peu claires ou insuffisamment explicites, ou seulement une vérification
- 2 Réponse correcte sans explications  
ou une seule erreur de calcul, avec explications et procédure cohérente
- 1 Début de recherche mais compréhension erronée des conditions (par exemple attribution de 15 de plus à la troisième partie et 10 de plus que les premières pour la quatrième, ce qui conduirait à 28,75 ; 28,75 ; 43,75 ; 38,75)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 5, 6

**Origine:** Campobasso

**9. L'ÉQUIPE DE VOLLEY** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Sept joueurs vont disputer une partie de volley-ball. Leurs maillots ont des numéros tous différents. La somme des nombres inscrits sur tous les maillots de l'équipe est inférieure à 55.

Le capitaine de l'équipe a le maillot numéro 5.

Les maillots des six autres joueurs portent des nombres qui sont des diviseurs de 36, et seulement deux de ces nombres sont impairs.

Ces six nombres peuvent être répartis en trois couples : dans chacun d'eux, un nombre est le double de l'autre.

**Quels peuvent être les numéros inscrits sur les maillots des sept joueurs ?**

**Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer six diviseurs de 36 tous différents, dont deux sont impairs et dont la somme est inférieure à 50, et tels qu'ils forment trois couples de nombres dont l'un est le double de l'autre.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il faut trouver six nombres différents de 5 et différents entre eux, dont la somme est inférieure à 50. (après avoir déduit de la somme totale 55 le seul nombre connu 5).
- Faire la liste de tous les diviseurs de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 et identifier les couples de nombres où l'un est le double de l'autre : (1, 2) ; (2, 4) ; (3, 6) ; (6, 12) ; (9, 18) ; (18, 36).
- Comprendre que le couple (18, 36) est à écarter, puisque la somme de ses nombres est 54, elle dépasse donc à elle seule la limite 50 qui est supérieure à la somme des six nombres.
- Identifier parmi les cinq couples restant les groupes de trois couples, dont les nombres sont tous différents entre eux :  
(1, 2) ; (3, 6) ; (9, 18)      -      (1, 2) ; (6, 12) ; (9, 18)      -      (2, 4) ; (3, 6) ; (9, 18).
- Dans les trois cas, la somme des six nombres est inférieure à 50 (39 pour le premier groupe, 48 pour le second et 42 pour le troisième), mais il ne doit y avoir que deux nombres impairs, on en déduit donc qu'il ne reste que les deux groupes possibles : (1, 2) ; (6, 12) ; (9, 18) - (2, 4) ; (3, 6) ; (9, 18).
- Conclure que les numéros qui peuvent figurer sur les maillots des sept joueurs sont :  
1, 2, 5, 6, 9, 12, 18 et 2, 3, 4, 5, 6, 9, 18.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (1, 2, 5, 6, 9, 12, 18 et 2, 3, 4, 5, 6, 9, 18) avec des explications claires et complètes pour tous les raisonnements qui déterminent les deux possibilités (recherche des diviseurs de 36 et des couples possibles, ...)
- 3 Réponse correcte pour les deux possibilités de six nombres, avec des explications claires et complètes mais oubli d'insérer le nombre 5 connu ;  
ou réponse correcte avec des explications peu claires, mais avec une vérification (contrôle que la somme des nombres trouvés est plus petite que 55, que dans chaque couple un nombre est le double de l'autre et que seulement deux nombres sur six sont impairs)
- 2 Réponse correcte sans explication ni justification  
ou seulement une seule des deux possibilités (par exemple oubli du diviseur 1) avec des explications ou une vérification ou les deux possibilités correctes plus une réponse qui ne tient pas compte d'une des deux conditions :
  - la somme des diviseurs est supérieure à 49, réponse : 1, 2, 3, 5, 6, 18, 36,
  - trois diviseurs impairs de 36 y figurent, réponse : 1, 2, 3, 5, 6, 9, 18
 ou bien, calculs faits par rapport à 54 comme nombre limite parce que la soustraction 55 - 5 n'a pas été faite
- 1 Début de recherche cohérente (les diviseurs de 36 sont donnés ou donnée d'au moins trois couples qui ne tiennent compte que de deux des trois conditions)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 5, 6, 7, 8

**Origine :** Parma



**10. EXTRA-TERRESTRES** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Sur une lointaine planète vivent cinq créatures étranges : ET1, ET2, ET3, ET4 et ET5 qui se reconnaissent à trois caractéristiques :

- une antenne,
- une trompe,
- une queue.

Chacune des cinq créatures a au moins une des caractéristiques, certaines ont deux caractéristiques, aucune n'a les trois caractéristiques.

On sait que:

- ET2 a une antenne ;
- ET3 a une queue mais ET1 n'en a pas ;
- ET1 et ET5 n'ont pas de trompe ;
- les cinq créatures sont toutes différentes,
- au total on compte trois trompes, deux queues et trois antennes.

**Indiquez quelles sont les caractéristiques (antenne, trompe, queue) de ET4.**

**Expliquez comment vous avez fait pour les trouver.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Reconstituer les caractéristiques de cinq créatures par déductions logiques à partir d'une série d'informations partielles sur la présence ou non de certaines de ces caractéristiques.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'on est dans une fiction, en accepter les contraintes, imaginer les cinq personnages et leurs caractéristiques et s'en représenter éventuellement quelques-uns.
- Comprendre qu'il faudra tenir compte de toutes les données, qu'il sera nécessaire d'organiser les choix des caractéristiques et qu'il faudra se souvenir des premiers essais pour respecter l'ensemble des conditions (par des tableaux, dessins, listes, ...).

Il y a de très nombreuses façons de répartir les caractéristiques selon les cinq personnages. Par exemple: *ET1 n'a pas de queue ni de trompe, on sait donc qu'il n'a que des antennes* ; ou *puisque ET1 et ET5 n'ont pas de trompe et qu'il y a trois trompes en tout, ET2, ET3 et ET4 en ont une*. La difficulté principale se situe au moment où ont été trouvées les premières répartitions indiquées et qu'il reste à répartir la deuxième queue et la troisième antenne. Elles ne peuvent être attribuées qu'à ET5 pour éviter que deux créatures aient les mêmes caractéristiques.

	ET1	ET2	ET3	ET4	ET5
3 trompes	-	1	1	1	-
2 queues-	-	1	?	?	
3 antennes	1	1	-	?	?

- Compléter une « configuration » des cinq créatures et de leurs attributs (tableau, liste, grille ...) et conclure que: ET1 a seulement une antenne; ET2 a une antenne et une trompe; ET3 une trompe et une queue ; ET4 n'a qu'une trompe et ET5 a une queue et une antenne.
- Commencer par utiliser les informations (au moins une caractéristique, mais pas trois, ET2 a des antennes ; ET3 a une queue mais ET1 n'en a pas ; ET1 et ET5 n'ont pas de trompe, au total on compte trois trompes) ; ce qui permet de connaître toutes les caractéristiques de ET1, ET2 et ET3. Procéder par essais et contrôle pour la répartition des antennes et queues entre ET3 et ET4.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (ET4 n'a qu'une trompe) avec explications (qui peuvent être la configuration totale des caractéristiques des 5 créatures par un tableau ou par une liste) ou une ou deux phrases de déductions ou négations où apparaissent les « connecteurs » logiques du genre : ... puisque, ... donc, ... parce que ..., ne peut pas, ... car, ...)
- 3 Réponse correcte (ET4 n'a qu'une trompe), avec seulement une configuration partielle ou avec des commentaires qui ne donnent pas d'information sur les déductions (par exemple: « nous avons beaucoup réfléchi », « nous avons suivi les informations », « nous avons fait des essais »)
- 2 Réponse correcte (ET4 n'a qu'une trompe) sans explications

ou une configuration des cinq créatures avec une seule erreur (par exemple confusion antenne – trompe ou sans tenir compte de « tous différents »)

1 Début de configuration avec au moins « ET1 n'a qu'une antenne et ET2, ET3, ET4 ont une trompe »

0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 5, 6, 7, 8

**Origine :** Siena

**11. À LA CAVE** (Cat. 6, 7, 8)

Albert vient de mettre tout son vin en bouteilles. Il doit maintenant placer les bouteilles dans des caisses pour les transporter.

Il a deux sortes de caisses, des grandes et des petites. Pour ranger toutes ses bouteilles, il calcule qu'il lui faudrait exactement 36 grandes caisses. Mais il ne dispose que de 12 grandes caisses.

Il recommence ses calculs et se rend compte que toutes ses bouteilles rempliraient ses 12 grandes caisses et 45 petites caisses. Mais il ne dispose que de 42 petites caisses.

Il remplit toutes les caisses dont il dispose et il lui reste 24 bouteilles en dehors des caisses.

**Combien Albert a-t-il rempli de bouteilles avec tout son vin ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer une quantité initiale de bouteilles de vin en sachant qu'elles peuvent être contenues dans 36 grandes caisses ou dans 12 grandes et 45 petites, ou encore dans 12 grandes et 42 petites avec un reste de 24 bouteilles.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre, à la lecture de l'énoncé, qu'il y a des équivalences : « 36 grandes caisses équivalent à 12 grandes caisses et 45 petites » et « 12 grandes caisses et 45 petites équivalent à 12 grandes caisses et 42 petites plus 24 bouteilles ». Par déduction, comprendre que 24 grandes caisses équivalent à 45 petites et que 3 petites caisses équivalent à 24 bouteilles.
- Passer dans le domaine de l'arithmétique, en traduisant ces équivalences par des égalités avec des nombres et des opérations.
- On peut procéder de différentes manières.  
Par exemple, se rendre compte que les 24 bouteilles restantes en dehors des caisses iraient dans les trois petites caisses manquantes (45–42). Comprendre ainsi que dans une petite caisse entrent exactement 8 bouteilles et que le nombre de bouteilles qu'Albert devrait mettre dans les 45 petites caisses est 360 (= 45 × 8). Comprendre que 360 est le même nombre de bouteilles qu'Albert aurait dû ranger dans 24 (= 36–12) grandes caisses et en déduire que chacune des grandes caisses contient 15 (= 360 : 24) bouteilles.
- Conclure qu'Albert a rempli 540 bouteilles (= 15 × 36).

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (540 bouteilles) avec une explication claire et calculs détaillés
- 3 Réponse correcte (540 bouteilles) avec des explications peu claires ou seulement une vérification
- 2 Procédure correcte mais réponse erronée à cause d'une erreur de calcul ou réponse correcte sans explication
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 6, 7, 8

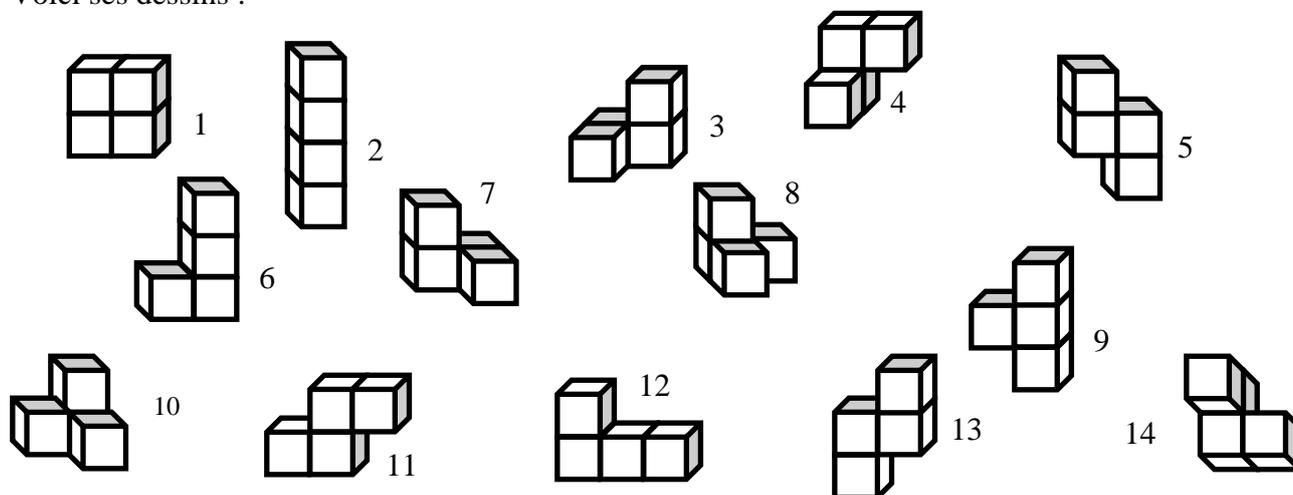
**Origine :** Siena

**12. TÉTRACUBES** (cat. 6, 7, 8)

Mauro a quatre cubes aimantés qu'il assemble face contre face pour former des tétracubes.

Chaque fois qu'il a fait un tétracube, il le dessine puis détache les quatre cubes pour refaire un nouveau tétracube.

Voici ses dessins :



En regardant ses dessins, Mauro se rend compte qu'il a représenté plusieurs fois un même tétracube.

**Combien Mauro a-t-il dessiné de tétracubes différents ?**

**Pour chaque tétracube différent, donnez les numéros des dessins qui le représentent.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Reconnaître, parmi 14 dessins de tétracubes, ceux qui représentent le même tétracube et faire la liste des tétracubes différents.

**Analyse de la tâche**

- Observer les dessins et se rendre compte que certains représentent le même tétracube mais avec une orientation différente dans l'espace.
- Dresser l'inventaire des différents tétracubes en repérant tout d'abord les plus « faciles » à identifier.  
Par exemple, ceux dont les quatre cubes peuvent être disposés dans un même plan :
  - a) l'alignement des 4 cubes, en forme de « I » (2), b) les alignements de 3 cubes en forme de « L » (6 et 12),
  - c) les alignements de 3 cubes en forme de « T » (9) ; d) 2 alignements parallèles de 2 cubes en forme de carré (1)
  - e) 2 alignements parallèles de deux cubes en forme de « S » (5, 11 et 13).
- Parmi les six tétracubes dont les quatre cubes ne peuvent se situer dans un même plan,
  - f) deux alignements orthogonaux de deux cubes (3 et 14)
  - g) deux alignements orthogonaux de deux cubes (4 et 7)
  - h) un seul alignement de deux cubes : un cube « central » et les trois autres sur trois de ses faces (8 et 10)

Ce sont les catégories f) et g) les plus difficiles à distinguer, leurs tétracubes sont symétriques par rapport à un plan, comme une chaussure droite et une chaussure gauche par exemple.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (8 tétracubes différents) et liste complète: 1 – 2 – (3/14) – (4/7) – (5/11/13) – (6/12) – (8/10) – 9
- 3 Réponse correcte (8 tétracubes différents) avec un ou deux oublis dans la liste
- 2 Réponse (7 tétracubes différents) sans distinguer « gauche et droite » : (3/4/7/14) placés sous le même tétracube
- 1 Réponse (6 ou 8 tétracubes différents) correspondant à deux erreurs
- 0 Incompréhension du problème ou plus de deux erreurs

**Niveaux :** 6, 7, 8

**Origine:** Udine

**13. QUEL BEAU COQUILLAGE !** (Cat. 7, 8, 9, 10)

Quatre enfants ont trouvé sur la plage un beau coquillage et chacun aimerait l'emporter chez lui.

Ils décident de le jouer aux dés. Chaque face du dé comporte un nombre différent de points, de 1 à 6.

Ils fixent les règles suivantes :

Chacun lancera le dé deux fois et fera la somme des points obtenus.

Si le total est 4 points, Sarah prendra le coquillage.

Si le total est 7 points, c'est Maxime qui le prendra.

Si le total est 10 points, le coquillage sera à Adèle.

Et si le résultat est 12 points, il sera à Nora.

Si le total est un nombre différent, personne ne gagne et ils devront rejouer une partie.

Adèle refuse de jouer parce qu'elle pense que tout le monde n'a pas la même chance de gagner.

**Adèle a-t-elle raison ?**

**Indiquez le nombre de possibilités que chaque enfant a de gagner.**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer les possibilités d'obtenir les nombres 4, 7, 10, 12 en additionnant deux nombres entiers compris entre 1 et 6, l'ordre des termes dans la somme ayant une importance et un même nombre pouvant être utilisé deux fois.

**Analyse de la tâche**

- Calculer toutes les façons d'obtenir 4 (1+3 ; 2+2 ; 3+1), 7 (1+6 ; 2+5 ; 3+4 ; 4+3 ; 5+2 ; 6+1), 10 (4+6 ; 5+5 ; 6+4) et 12 (6+6) en déduire le nombre de possibilités que chaque enfant a de gagner : Sarah a 3 possibilités, Maxime 6 possibilités, Adèle 3 possibilités et Nora en a une seule. Conclure qu'Adèle a raison.

Ou : dresser la liste de tous les couples possibles de nombres obtenus en tenant compte de l'ordre des lancers. Pour cela, écrire une liste, faire des dessins, faire un tableau. Effectuer la somme des points obtenus aux 2 lancers et déterminer le nombre d'apparition de chaque somme. Exemple de tableau possible :

		Points obtenus au second lancer					
		1	2	3	4	5	6
Points obtenus au premier lancer	1	2	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>
	2	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>	8
	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>	8	9
	4	5	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>
	5	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>	11
	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>	11	<b>12</b>

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (Oui, Adèle a raison, Sarah et Adèle ont 3 possibilités, Maxime 6 et Nora 1 seule) avec liste complète des décompositions de chaque somme
- 3 Réponse correcte et complète sans explications  
ou réponse (Sarah et Adèle ont 3 possibilités, Maxime 6 et Nora 1 seule) sans préciser qu'Adèle a raison avec une liste complète des décompositions additives de chaque nombre
- 2 Réponse (Adèle a raison) avec la liste des décompositions additives de chaque nombre, mais sans prendre en compte l'ordre des lancers (Sarah et Adèle ont 2 possibilités, Maxime 3 et Nora 1 seule)  
ou absence de réponse mais calcul des possibilités pour au moins deux des enfants
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple calcul des possibilités pour un enfant...)  
ou seulement la réponse « oui, Adèle a raison »
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux : 7, 8, 9, 10**

**Origine : Lyon**

**14. JARDIN CARRÉ** (Cat. 7, 8, 9, 10)

César possède un terrain carré. Une partie de ce terrain, carrée elle aussi, est réservée au jardin potager. L'aire de la surface qui reste est 75 (en m<sup>2</sup>).

**Quelles sont les mesures possibles des côtés du terrain et des côtés du potager en sachant que ces deux mesures sont des nombres entiers.**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI:****Tâche mathématique**

- Trouver les couples de nombres naturels dont la différence entre leurs carrés est 75, dans un contexte de terrains carrés.

**Analyse de la tâche**

- Se représenter les deux carrés sachant seulement que le deuxième est « une partie » du premier; c'est-à-dire que l'un est « entièrement » contenu dans l'autre (côtés parallèles ou non). Surmonter cette incertitude sur les positions relatives et comprendre que la recherche demandée ne fait appel qu'aux deux aires encore inconnues des deux carrés aux 75 m<sup>2</sup> de la surface qui reste.

Passer aux relations arithmétiques entre ces trois aires et reformuler le problème en la recherche de deux nombres dont la différence est 75.

- Prendre en compte la formule de l'aire du carré et l'exigence des mesures entières des côtés pour restreindre le problème, dans l'ensemble des nombres naturels à la recherche de deux carrés (nombres) dont la différence est 75.
- On peut procéder par voie arithmétique par essais organisés, par exemple à partir des aires successives du petit carré 1, 4, 9, 16, 25, calculer les aires correspondantes du grand qui vaut 75 de plus et vérifier si ce grand est un carré : (1 ; 76), (4 ; 79), (9 ; 84), (16 ; 91), (25 ; **100**) ou  $5^2 = 25$  ;  $100 = 10^2$ , ne pas s'arrêter là et continuer ... (81 ; 156), (100 ; 175), ( $11^2 = 121$  ; **196** =  $14^2$ ), ... ( $37^2 = \mathbf{1369}$  ;  $\mathbf{1444} = 38^2$ ). On constate qu'il faut s'arrêter là car la différence entre deux carrés successifs de nombres supérieurs à 38 sera supérieure à 75.

Dans cette procédure par essais, la tâche exige une recherche progressive et un contrôle systématique de chaque nouveau couple, avec calculatrice, ainsi qu'une perception de la progression de la différence entre deux carrés successifs (il est probable que la solution 37 et 38 n'apparaisse pas dans cette procédure et que les essais aillent au-delà).

- La procédure algébrique consiste à résoudre l'équation  $x^2 - y^2 = 75$ , puis à la transformer en  $(x - y)(x + y) = 75$  et trouver les trois couples (de diviseurs de 75) dont le produit est 75 :  $1 \times 75$  ;  $3 \times 25$  et  $5 \times 15$  pour en tirer les solutions 37 et 38 ; 11 et 14 ; 5 et 10. (Mais on sait bien que cette procédure n'est à disposition que du professeur ou d'élèves qui maîtrisent les équations, les identités remarquables, les factorisations, ...)
- Une procédure peut aussi être envisagée à partir de considérations géométriques sur le petit carré (de côté  $a$ ) et le grand (de côté  $a + b$ ) dont les aires sont respectivement  $a^2$  et  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  et dont la différence est représentée par un carré  $b^2$  et deux rectangles  $ab$ . Cette différence  $2ab + b^2$  peut s'écrire  $b(2a + b) = 75$  par factorisation. On en tire les trois valeurs de  $b$  (diviseurs de 75) : 1, 3 et 5 donnant les trois valeurs positives de  $a$  : 37, 11 et 5 et les 3 valeurs correspondantes de  $a + b$  : 38, 14 et 10 donnant les mesures des deux carrés : (38 et 37 m; 14 et 11 m, 10 et 5 m).

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte et complète : (38 et 37 m; 14 et 11 m, 10 et 5 m) avec quelques vérifications où il est noté que ce sont les trois seules solutions
- 3 Réponse correcte et complète sans explications  
ou les deux solutions 14 et 11 m, 10 et 5 m avec explications claires
- 2 Deux solutions sont trouvées, avec des explications peu claires
- 1 Début de raisonnement correct, ou une solution seulement
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 7, 8, 9, 10

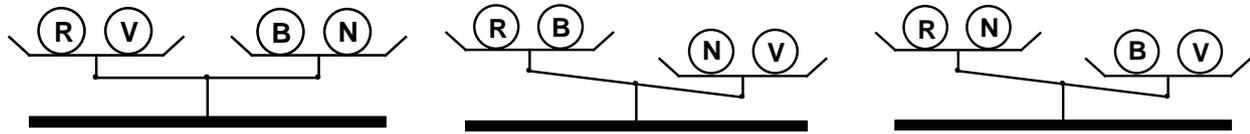
**Origine :** Siena

**15. LE POIDS DES BILLES - II** (Cat. 8, 9, 10)

Un sachet renferme 4 billes de couleurs différentes : une rouge (R), une verte (V), une bleue (B) et une noire (N).

Deux des billes pèsent chacune 3g, les deux autres billes pèsent respectivement 2g et 4g.

Voici trois pesées réalisées avec ces billes :



Ces trois pesées suffisent pour connaître le poids de chaque bille.

**Quel est le poids de chacune des billes ?**

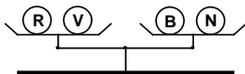
**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

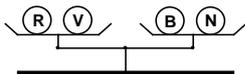
**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer les masses respectives de quatre objets à partir des informations données par trois pesées réalisées avec une balance à deux plateaux et de la donnée des quatre masses.

**Analyse de la tâche**

- Savoir interpréter un équilibre et un déséquilibre d'une balance à deux plateaux :



- De  , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille verte est égale à la somme des masses de la bille bleue et de la bille noire :  $R+V=B+N$  (1) À partir des données numériques, trouver que cette égalité ne peut être réalisée que d'une façon :  $3 + 3 = 2 + 4$ . En déduire que les billes de même masse sont soit la bille rouge et la bille verte, soit la bille bleue et la bille noire.



- De  , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille bleue est inférieure à la somme des masses de la billes noire et de la bille verte :  $R+B < N+V$  (2)

Envisager les différents cas :

Si  $R = V = 3$  et  $B = 4$  et  $N = 2$ , l'inégalité n'est pas vérifiée car on a alors  $R + B > N + V$

Si  $R = V = 3$  et  $B = 2$  et  $N = 4$ , l'inégalité est vérifiée :  $R + B < N + V$

Si  $B = N = 3$  et  $R = 4$  et  $V = 2$ , l'inégalité n'est pas vérifiée car on a alors  $R + B > N + V$

Si  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$ , l'inégalité est vérifiée :  $R + B < N + V$



- De  , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille noire est inférieure à la somme des masses de la billes bleue et de la bille verte :  $R + N < B + V$  (3)

Constater que des deux cas qui vérifient l'inégalité (2), seul  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$  satisfait l'inégalité (3).

Donc, les deux billes qui ont la même masse sont la bille bleue et la bille noire, la bille la plus lourde est la verte et la plus légère est la rouge.

Ou, après avoir traduit les pesées en l'égalité (1) et les inégalités (2) et (3), déduire de (1) et (2) que  $B < V$  et de (1) et (3) que  $N < V$ .

- A partir des données numériques, trouver que ces deux inégalités strictes ne peuvent être vérifiées que si  $V = 4$ . Faire l'inventaire des cas possibles. Il y en a trois :

$B = 2$  et  $N = 3$  et  $R = 3$

$B = 3$  et  $N = 2$  et  $R = 3$

$B = N = 3$  et  $R = 2$

- pour chacun de ces cas, tester si l'égalité (1) est vérifiée. Seul  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$  convient.

Ou : faire des hypothèses sur la masse de chacune des billes et pour chaque cas, vérifier si l'égalité et les deux inégalités sont vérifiées. Il faut examiner tous les cas possible pour s'assurer de l'unicité de la solution.

**Attribution des points :**

- 4 Réponse correcte (la bille noire et la bille bleue pèsent 3g, la verte 4g, la rouge 2g) avec explications claires prouvant l'unicité de la solution
- 3 Réponse correcte avec explications incomplètes (par exemple sans preuve de l'unicité de la solution) ou réponse correcte sans explication mais avec vérification des trois pesées
- 2 Réponse correcte sans explication et sans vérification des pesées
- 1 Solution qui ne vérifie que deux des trois pesées ou début de raisonnement correct (par exemple, essais de nombres pour vérifier les contraintes de la situation, écriture de l'égalité et deux inégalités, ...)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 8, 9, 10**Origine :** Luxembourg (réinterprétation d'un classique)